Cecilia Recinos

Colegio del Futuro

Matemáticas

Prof. Andrés Palma

14 de marzo de 2025

La **lógica**, en su aspecto matemático, es una disciplina que se enfoca en el estudio formal de los principios y métodos utilizados para distinguir el razonamiento válido del inválido. A diferencia de la lógica filosófica, que puede abordar cuestiones más abstractas o lingüísticas, la lógica matemática se centra en estructuras formales y sistemas simbólicos que permiten analizar y demostrar la validez de argumentos. Utiliza un lenguaje preciso y riguroso, basado en símbolos y reglas bien definidas, para construir demostraciones y modelos que pueden aplicarse en matemáticas, ciencias de la computación y otras áreas. En esencia, la lógica matemática proporciona las herramientas necesarias para garantizar que los argumentos y demostraciones sean correctos y consistentes.

Dentro de la lógica matemática, se distinguen varias ramas principales, como la teoría de conjuntos, la teoría de modelos, la teoría de la demostración y la teoría de la computabilidad. La teoría de conjuntos estudia las propiedades y relaciones entre colecciones de objetos, sirviendo como fundamento para gran parte de las matemáticas modernas. La teoría de modelos, por su parte, analiza las relaciones entre los lenguajes formales y las estructuras matemáticas que los interpretan. La teoría de la demostración se enfoca en los métodos y procesos para construir demostraciones válidas, mientras que la teoría de la computabilidad investiga los límites y capacidades de los algoritmos y sistemas computacionales. Estas ramas, aunque distintas, están interconectadas y comparten el objetivo común de formalizar y entender los procesos de razonamiento.

**Proposición**

Una proposición, en términos sencillos, es una afirmación que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas cosas al mismo tiempo. Es como cuando dices algo que tiene un valor claro, como "El sol está brillando". Esa es una proposición porque puedes decir si es verdadera o falsa dependiendo de lo que esté pasando en el momento. En matemáticas o lógica, las proposiciones son fundamentales porque se utilizan para construir razonamientos y demostrar teoremas. No importa si el contenido de la proposición es algo sencillo o complicado, lo importante es que sea una declaración que se pueda evaluar como verdadera o falsa.

Por ejemplo, si dices "3 es mayor que 2", eso es una proposición porque es algo que claramente puede ser verdadero. En cambio, si dices "Hoy es jueves", también es una proposición, pero para saber si es verdadera o falsa necesitas verificar qué día es hoy. Lo interesante es que las proposiciones no tienen que ser necesariamente complejas; pueden ser tan simples como hechos numéricos o tan abstractas como expresiones algebraicas. Y, en la lógica, solemos usar letras como p, q o r para representar proposiciones sin tener que escribir todo el enunciado cada vez, lo que facilita hacer deducciones.

En la práctica, las proposiciones son las piezas básicas con las que se construyen los argumentos lógicos. Se pueden combinar entre sí para formar expresiones más complejas. Por ejemplo, si dices "Si llueve, entonces la calle estará mojada", esa es una proposición condicional que relaciona dos afirmaciones. Y, a su vez, estas proposiciones pueden unirse o modificarse mediante conectivos lógicos como "y", "o", "no" o "si y solo si", lo que permite crear razonamientos mucho más sofisticados. En resumen, las proposiciones son como bloques de construcción para la lógica y las matemáticas, permitiendo analizar la veracidad de diferentes afirmaciones y formar cadenas de razonamientos que nos ayuden a llegar a conclusiones válidas.

**Valores de verdad de una proposición**

Los valores de verdad de una proposición son las dos posibilidades que tiene una afirmación para ser evaluada: ser verdadera o ser falsa. En lógica, cuando decimos que una proposición tiene un valor de verdad, nos referimos a si esa proposición es acertada o incorrecta. Por ejemplo, si tienes la proposición "5 es mayor que 3", esta es verdadera, por lo que su valor de verdad es "verdadero". En cambio, si dices "2 es mayor que 5", esa afirmación es falsa, por lo que su valor de verdad es "falso". Los valores de verdad son esenciales porque nos permiten clasificar y trabajar con las proposiciones, realizando análisis y razonamientos lógicos sobre ellas.

En lógica formal, cada proposición se asigna a uno de estos dos valores: "verdadero" (V) o "falso" (F). Estas asignaciones se utilizan para evaluar la validez de los argumentos y para combinar proposiciones más complejas mediante conectivos lógicos, como "y", "o", "no", "si... entonces...", entre otros. Al combinar proposiciones, los valores de verdad de las proposiciones individuales afectan el valor de verdad de la proposición compuesta. Por ejemplo, en una proposición condicional como "Si llueve, entonces la calle está mojada", si la primera parte es verdadera y la segunda también lo es, entonces el valor de verdad de toda la proposición será verdadero. En resumen, los valores de verdad son las herramientas que nos permiten evaluar y manipular proposiciones dentro de un razonamiento lógico.

**Operadores lógicos**

Los operadores lógicos son símbolos que se usan para combinar proposiciones y crear expresiones más complejas. Los más comunes son "y" (∧), que requiere que ambas proposiciones sean verdaderas para que el resultado lo sea; "o" (∨), que basta con que una proposición sea verdadera para que el resultado sea verdadero; y "no" (¬), que invierte el valor de verdad de una proposición.

También están los operadores "si... entonces" (→), que establece una relación condicional, y "si y solo si" (↔), que indica que dos proposiciones son equivalentes. Estos operadores permiten construir razonamientos lógicos y analizar la validez de las proposiciones en diferentes contextos.