

La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas.

Astrid Jimena Maca Díaz¹

Luz Elena Patiño Giraldo²

Resumen

En el presente artículo se muestra el trabajo realizado en la Universidad del Cauca de la ciudad de Popayán, con cinco (5) docentes de planta que orientan la asignatura de matemáticas fundamentales en los diferentes programas académicos de dicha institución. Esta investigación, liderada por la PhD. Luz Elena Patiño Giraldo, se enmarco dentro del macro proyecto: “construcción de didácticas alternativas para atender a la diversidad”. A partir de un estudio de carácter cualitativo y enfocada en la teoría fundamentada de Strauss- Corbin (Strauss y Corbin, 2002) se identifica, categoriza y construye el sentido de la práctica de los docentes siendo fundamental la descripción de su práctica con el propósito de comprender ¿Cuál es el concepto que sobre los números enteros poseen los docentes que orientan Matemáticas básicas en la Universidad del Cauca y cuál es la relación del mismo con sus prácticas de aula?

En el análisis de la información surge la categoría “*la enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas*” de la que se derivan las subcategorías “los conceptos intuitivos circulando por las aulas”, “la ejemplificación como estrategia para enseñar los números enteros” y “las restricciones didácticas en la enseñanza de los números enteros”, los cuales desarrollan los aspectos relevantes para el análisis de la categoría emergente.

Los resultados evidenciaron que el alto nivel de formación que tienen los docentes no asegura una apropiación científica del concepto de número entero, permitiendo que su enseñanza se remita, en la mayoría de casos, a la ejemplificación y no hacia la profundización de los conceptos científicos que ayudan a comprender qué son los números enteros, asintiendo que los conceptos intuitivos circulen al interior de los salones de clase.

Los resultados del proceso investigativo recomiendan replantear la apropiación que sobre número entero tienen los docentes, con el fin de direccionar la importancia que este conjunto numérico tiene en la práctica laboral y profesional de un estudiante de pregrado.

¹ Astrid Jimena Maca Diaz. Especialista en Educación Matemática de la Universidad del Cauca. Licenciada en Educación con especialidad en Matemáticas de la Universidad del Cauca. Docente de Matemáticas Universidad Antonio Nariño, Sede Popayán. Correo electrónico: amaca@uan.edu.co

² Luz Elena Patiño Giraldo. Doctora en Ciencias Sociales Niñez y Juventud. Magister en Educación Psicopedagogía. Licenciada en Educación Historia y Geografía. Asesora del proceso investigativo. Correo electrónico: luze@umanizales.edu.co

Palabras claves: Número entero, concepto intuitivo, concepto científico, enseñanza, estrategia didáctica, restricciones didácticas, ejemplificación, conjunto numérico.

The teaching of integer numbers an unresolved issue in the classroom.

Abstract

This paper shows the work done at the Cauca University of the Popayan city, with five (5) plant teachers guiding the subject of fundamental mathematics in different academic programs of the institution mentioned. This research, led by the Ph.D. Luz Elena Patiño Giraldo, is under the macro project: "Construction of educational alternatives for dealing with diversity". From a qualitative study focused on the grounded theory of Strauss Corbin (Strauss y Corbin, 2002), identifies, categorizes and builds the sense of the practice of teachers, being fundamental the description of their practice for the purpose of understanding about the concept of whole numbers have teachers that guide basic mathematics at the University of Cauca and the relationship of the same with their classroom practices?

In the information analysis arises the category "teaching integers an unresolved issue in the classroom," from which are derived categories "intuitive concepts circulating in the classroom," "exemplification as a strategy to teach integers " and "didactic restrictions on the teaching of integers ", which develop relevant aspects for the analysis of the emerging category.

The results showed that the high level of training of the teachers does not guarantee a scientific appropriation of the concept of integer, allowing teaching refer, in most cases, the exemplification and not to the deepening of scientific concepts, which help to understand what are integers, assenting the intuitive concepts that circulate inside the classrooms.

Research results recommend rethinking the processes of appropriation about the integer with teachers, in order to address the real importance of this numerical set in professional practice of an undergraduate student.

Keywords: Integer, intuitive concept, scientific concept, teaching, teaching strategy, teaching restrictions, modeling, numerical set.

Área problema

La escuela es el lugar donde más tiempo pasan los jóvenes después de su hogar, y este tiempo se debe aprovechar para conseguir que los estudiantes obtengan todo lo que necesitan para defenderse en la vida, y quién mejor para enseñar y educar que el docente, ya que gracias a su formación profesional y su vocación, se le considera la persona más idónea para desempeñar esta tarea convirtiéndose en un "facilitador" para obtener un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes (Patiño, 2011).

Sin embargo, la preparación y ejecución de las clases se continua desarrollando de manera tradicional dejando de lado la búsqueda de nuevas alternativas de enseñanza (Canfus, 2000). Además, las dificultades académicas que se viven a diario en un salón de clases, se le atribuyen directamente al estudiante: porque no aprende, porque no escucha, porque no presta atención, pero casi nunca se fijan en los docentes, rara vez se cuestiona sobre el déficit metodológico del profesor y si sobre está o no trabajando correctamente la representación simbólica que se requiere para fortalecer las bases que sirvan para la construcción de nuevos conceptos matemáticos. (Vasco, 2010).

Con el fin de lograr resultados que permitan expresiones contrarias a: *“es que el profesor no explica bien”*, *“eso para qué nos va a servir en la vida”*, *“yo no le entiendo a ese profesor”*; se necesita que el docente tenga un concepto claro sobre los temas que va a enseñar, que no se enfoque solamente en los sistemas simbólicos, sino que por el contrario se centre más en el manejo de sistemas matemáticos (Vasco, 1985) para que de esta manera él pueda utilizar la estrategia más adecuada para dar aplicaciones más concretas a las situaciones cotidianas de los estudiantes.

Sin embargo, son las matemáticas un área que no sólo trabaja con números sino también con símbolos y una serie de operaciones que los relacionan entre sí. A medida que se avanza en los grados de escolaridad, la relaciones existentes de unos símbolos con otros se hace más estrecha; generando otro tipo de operaciones (diferentes a las básicas) con sus respectivas propiedades que de una u otra manera requiere de conocimientos anteriores, causando que el aprendizaje adquirido haya sido significativo para conservarlo en la memoria de los estudiantes.

En apoyo, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) tiene diseñada una secuencia en sus estándares de competencias y lineamientos curriculares que inician con el estudio de los números naturales, los cuales todos conocen simbólicamente puesto que los utilizan intuitivamente; luego pasan a un grupo más grande denominado los números enteros, a los cuales se les agrega un nuevo símbolo matemático, denominado el signo negativo, ampliando su funcionalidad; y así, de manera sucesiva se aumentan estos conjuntos hasta llegar a los números reales, finalizando con los números complejos el más extenso de todos. Demostrándole a los estudiantes que existen nuevas formas de representación de cantidades (Estándares Básicos, 2006)

Así entonces, es el profesor de matemáticas quién tiene la responsabilidad de enseñar a los estudiantes a comprender y representar los contenidos de un problema matemático para poder solucionarlo, cómo interpretar un gráfico, cómo interpretar una pregunta, cómo exponer una respuesta, cómo simbolizar matemáticamente, mejor dicho, debe enseñarles cómo comprender las matemáticas y su aplicación en el diario vivir (Estándares Básicos, 2006).

Es el maestro quién debe lograr romper con el paradigma del “no se puede”, estudiantes que llegan a grado once con confusiones matemáticas en sus mentes porque no se les ha orientado hacia la conceptualización de las operaciones, por el contrario, lo que se ha hecho con ellos es generar procesos de mecanización o memorización de operaciones al punto que cuando se les cambia el sentido o las cantidades no saben de qué manera afrontar el ejercicio o problema. Para conseguir que se mejoren dichos

conocimientos y aplicarlos correctamente en cualquier situación, es importante que los docentes tengan claro qué es lo que están enseñando, cómo lo están enseñando y para qué lo están enseñando. (Pozo, 2002).

Esta falta de conceptualización sobre los números enteros también se ve reflejada en la universidad, enfatizando más la problemática, ya que su inadecuado manejo profesionalmente puede generar inconvenientes como: Fallas en calibración de sensores de nivel, mala lectura de señales mioeléctricas, inapropiada construcción de registros contables, lecturas de temperatura erradas, etc.

Justificación

El desarrollo y los grandes avances de la sociedad, se han obtenido gracias a los logros y resultados conseguidos en las matemáticas. El ser humano, con su ingenio, creatividad y empeño ha hecho de esta ciencia la herramienta más útil para alcanzar sus propósitos, sin embargo

En las instituciones educativas de estos tiempos, se perciben múltiples dificultades para aprender matemática (...) Se indica, además que las causas de tan emergente problemática son muy variadas, entre estas se citan: La descontextualización y la abstracción de los contenidos programáticos, la desatención del momento psicoevolutivo en que se sitúan los educandos, la desconsideración de que el punto de partida de todo conocimiento debe ser la praxis cotidiana; también es causante del problema, en cuestión, la metodología deductiva, memorística, y repetitiva, que renuncia y castra la creatividad y originalidad en la mayoría de los casos; e ignora el rechazo que el discente tiene sobre la ciencia. (Rodríguez, 2010, p. 2).

Confirmando que no se puede pasar por alto factores como: “el currículo, los medios, las metodologías educativas, la motivación y satisfacción del estudiante” (Hernández, s. f., 2). Por eso: “el papel del docente es clave (...) nos corresponde una función atractiva, pero compleja y difícil: animar, organizar, (...) establecer un clima relacional que dé significatividad al trabajo que hay que realizar”. (Alcalá, 2002, s. p.).

Por lo cual, los docentes deben tener en cuenta todo el desarrollo cognoscitivo del estudiante, ya que el aprendizaje se ve afectado por diversos componentes, entre ellos los sociales (Ruíz, García, 2011), y las matemáticas no son la excepción y su enseñanza también recibe este tipo de influencia social, por tanto, los profesores al momento de preparar sus clases, pueden utilizar todas las necesidades del entorno del estudiante para conseguir que las aplicaciones a los números enteros sean las más apropiadas, consiguiendo que su acercamiento hacia ellos sea más atractivo y menos traumático, evidenciando la urgencia del conocimiento de este conjunto numérico, minimizando las deserciones y priorizando la permanencia de los estudiantes al interior de los programas académicos.

Ante esta realidad, surge la condición de visualizar la verdadera importancia que tienen las matemáticas en la vida diaria, particularmente los números enteros. Reconocer que ellos están presentes en cualquier evento que se realice, por mínimo que parezca, es vislumbrar que al estudiarlos, se comprenderá el mundo que los rodea. Por ejemplo,

se aplica matemáticas al subir unas escaleras, al hacer una compra, al leer un termómetro.

Si el deseo es profundizar más, en las instituciones de educación superior el uso de este conjunto numérico es prioritario, por ejemplo, para procesar una imagen, modificar las concentraciones en un equipo de hemodiálisis, hacer análisis de bioseñales como ECG (ecocardiografía), EMG (Electromiografía), EEG (Electroencefalografía), entre otras, se hace uso de las matemáticas, y de los números enteros, para realizar algoritmos que le facilitan al profesional a cargo obtener pre diagnóstico de enfermedades puntuales.

De igual forma, en Contaduría se utiliza para el manejo de ingresos, egresos y deudas. En las Ingenierías, son la base para la cuantificación y la estructuración. En Biología y Química, son esenciales en el manejo de temperaturas de compuestos, para Física son de gran importancia en el desplazamientos de cuerpos y velocidades, conceptos básicos de la carrera.

Sin embargo, en estas Instituciones educativas, aún se escucha a los estudiante divagar sobre algunos cuestionamientos matemáticos que les hacen sus docentes, por ejemplo se les escucha responder “no se puede” cuándo se le pregunta cuál es el resultado de hacer la operación $5 - 8$, evidenciando que no hay un manejo adecuado de los números negativos entre los estudiantes (Gallardo, Basurto, 2010). Además, los resultados de las pruebas de estado y los altos índices de repitentes en los estudiantes que ingresan a las universidades, confirman una baja preparación en esta temática.

Tratando de dar respuesta, es oportuno conocer qué lenguaje están manejando los docentes del área de matemáticas cuando están enseñando el concepto de número entero (Gallardo, Basurto, 2010). Puesto que como menciona González “el lenguaje es sin lugar a dudas el mecanismo o el instrumento, quizás el único conocido, para la comunicación entre los seres vivos” (González, 2011, p. 2). Permitiendo que la relación maestro-alumno sea eficiente, hasta para la mejor comprensión de la temática relacionada con los enteros.

Por ello la investigación se realizó en la Universidad del Cauca, ya que es la institución de educación superior con la cantidad de programas suficientes que dentro de su currículo tiene la asignatura de Matemáticas Básicas donde se orienta el tema de los números enteros.

Pregunta de Investigación

Esta problemática llevo a plantearse la siguiente pregunta: ¿Cuál es el concepto que sobre números enteros poseen los docentes que orientan Matemáticas básicas en la Universidad del Cauca y la relación del mismo con sus prácticas de aula?

Objetivo

Comprender el concepto que sobre los números enteros poseen los docentes que orientan matemáticas básicas en la Universidad del Cauca y la relación del mismo con sus prácticas de aula.

Antecedentes

A nivel internacional se encontró que Milagros Elena Rodríguez, en su trabajo titulado: *El perfil del docente de matemática: Visión desde la triada matemática-cotidianidad y pedagogía integral*, realizado en el 2010 en distintas instituciones educativas de diferentes niveles en la república de Venezuela, establece que la enseñanza de las matemáticas se han limitado a dictar una teoría ya acabada por otros, donde al estudiante le es imposible relacionarla con su entorno ya que el docente no prepara sus clases, prefiere las improvisaciones lo que ocasiona una predisposición por parte de los alumnos, perdiendo el interés por aprender. Es un estudio que maneja un enfoque cualitativo, a partir de una reflexión sobre la manera como se enseña la matemática en la escuela, donde concluye que los docentes deben formarse no solo en la disciplina, sino también en la historia y la filosofía de las matemáticas, para que se comprometan con las necesidades de la región y puedan visualizar las distintas maneras de conectarse con las matemáticas de tal manera que pueda infundir en sus estudiantes pensamiento crítico para que hagan juicios de valoración y cuestionen lo que no consideran correcto.

También está la investigación de Ana Patricia Maroto denominada: *Competencias en la formación inicial de docentes de Matemática*, realizada en el 2009. En este trabajo se deseaba responder cuáles son las competencias generales y específicas que debe adquirir un docente para enfrentar de manera adecuada su labor de aula; para ello se aplicó una encuesta a 25 estudiantes de cuarto y quinto año del programa de enseñanza de las matemáticas, en la Sede de Occidente de la Universidad de Costa Rica. Maroto concluyó que la formación docente en matemáticas está más centrado en atender los contenidos que al estudiante como persona, añade que, los cursos no se piensan para desarrollar competencias, tampoco se relacionan los contenidos y las actividades de los cursos, con la propia disciplina de la matemática, limitando la oportunidad de crear una carrera que integre el área pedagógica con la matemática y la relación entre la teoría y la práctica real.

De igual forma, Pedro Gómez en su trabajo: *Procesos de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*, estudia los modos de aprendizaje de 36 futuros docentes de matemáticas, de la Universidad de Granada, España. Su investigación es de carácter exploratorio sobre el proceso de aprendizaje de los futuros docentes con la que se evidencia la necesidad de profundizar en el diseño y desarrollo de planes de formación para los docentes, estableciendo que formar docentes es una actividad compleja, hay que prepararlos en competencias, y adquirirlas representa cierto grado de dificultad.

Otro trabajo relacionado con la temática es el realizado por Edith Chehaybar en la ciudad de México titulado: *La percepción que tienen los profesores de educación media superior y superior sobre su formación y su práctica docente*, cuyo objetivo es conocer la percepción de los profesores sobre su formación y su práctica docente, así como si en realidad están involucrando sus conocimientos con las necesidades del entorno, con la vida real, de tal manera que sea más práctico para los estudiantes, permitiendo de esta manera que su aprendizaje sea significativo y no temporal. Los resultados se

consiguieron utilizando la metodología del estudio de campo, apoyándose en un cuestionario y unas entrevistas. El análisis de la información arrojó que la formación de los docentes está influenciada por las condiciones institucionales donde laboran, las necesidades de los estudiantes, así como por la realidad histórica y sociocultural.

Pedro José Gauna Quintero en el 2004 con su tesis: *La comunicación interpersonal maestro-alumno en el área de matemáticas de la Universidad Iberoamericana, la disposición para el aprendizaje en el alumno y el rendimiento académico en ésta área*, expresa que es importante analizar cómo es la relación que manejan los docentes con los estudiantes, ya que dependiendo de ésta serán los logros que se consigan; por eso es conveniente obtener una adecuada disposición para que el estudiante aprenda y mejore su rendimiento académico. Para ello se plantea interrogantes como qué tan importante debe ser la manera como se comunica el docente con los estudiantes, y si este hecho influye en el rendimiento académico de los alumnos. Para dar respuesta a sus preguntas se apoya en una investigación exploratoria, analizando a cuatro docentes del curso de Modelos Matemáticos I y sus alumnos, con el propósito de construir el perfil comunicativo de cada uno de los participantes, para contrastarlos con la perspectiva de los alumnos, sobre las características demostrativas que debe tener el maestro para que su aprendizaje sea más efectivo. Esta tesis expone que, los docentes y los alumnos se relacionan a diario, no siempre se detienen a reflexionar sobre la importancia de la comunicación en el campo educativo, puesto que se combina el lenguaje verbal así como el gestual, afirmando o refutando el mensaje que se desea transmitir, que en el caso de los maestros es la creación del conocimiento para la superación personal de un individuo.

A nivel nacional está Luis Guillermo Castrillón Toro, quien en 2013 desarrollo su trabajo: *Estrategia didáctica de enseñanza utilizando las TIC para Aritmética de Números Enteros en grado octavo: Estudio de caso*, el cual evidencia la necesidad de crear nuevas estrategias que permitan a los docentes desarrollar en los estudiantes las competencias necesarias para operar cantidades enteras sin mayor dificultades. Por tal motivo se propuso diseñar e implementar algún tipo de estrategia para enseñar las operaciones con los números enteros utilizando las TIC'S. Se basaron en un estudio de caso, que se llevó a cabo en I.E. Normal Superior Señor de los Milagros, Antioquia, llegando a la conclusión que con una adecuada estrategia y contextualización de los contenidos, el aprendizaje llega a ser significativo por parte de los estudiantes, ya que hubo una notable mejora en el desempeño académico de los colegiales que aplicaron la estrategia.

En el año 2012 en Sincelejo, Jamis Enrique Pérez Pérez y Manuel Salvador Sierra Dávila desarrollaron un proyecto denominado: *Concepciones de los docentes de matemáticas sobre la enseñanza de los números enteros y su coherencia con los lineamientos y estándares de competencia*, con el fin de analizar la coherencia que tienen los docentes de la ciudad con respecto a la enseñanza de los números enteros, y la relación con los resultados obtenidos por los estudiantes de acuerdo a los lineamientos que da el Ministerio. Basándose en un enfoque cualitativo recogieron la información a través de una encuesta que se le aplicó a un grupo de profesores de matemáticas de varios colegios del municipio, que orientan esta área en el grado séptimo llegando a conclusiones como que: los docentes no tienen una apropiación de los conceptos básicos que se requieren para la enseñanza de los números enteros según los lineamientos del

Ministerio, además, que no tienen claridad sobre cuáles deben ser las estrategias didácticas necesarias para conseguirlo.

A nivel regional, se encuentran trabajos como el de Nathaly Navia Ortega y Vanessa Orozco Castillo, quienes en 2012, realizaron una investigación con los estudiantes de grado séptimo, del Colegio La Presentación El Paraíso de la ciudad de Cali, la cual titularon *Una introducción al concepto de entero enfatizando en el número negativo en el grado séptimo de la educación básica*, con este estudio dejaron claro lo complejo y problemático que resulta la enseñanza y el aprendizaje de los números enteros; y que a pesar de haber avanzado y evolucionando con el paso de los años, continua quedando un vacío en el paso de los números naturales a los números enteros, más aún, cuando en esta transición hay cambios en los conceptos, en las operaciones y en las relaciones. Su propósito es introducir el concepto de número entero, enfatizando en la construcción del número negativo. Para ello implementaron una metodología de tipo cualitativo interpretativo a través de la observación de ciertos aspectos que les permitieron identificar, reformular, implementar y organizar una secuencia didáctica que les ayudo a dar un formalismo al concepto de número entero. Su indagación evidenció que los estudiantes valoran de manera significativa los contextos que les permiten dar sentido a aspectos relacionados con cantidades negativas, de igual forma lograron identificar ciertas dificultades que tiene que ver con la representación de cantidades y números enteros en una recta numérica.

El Magíster Elber Garcés, miembro del Centro de Estudios Pedagógicos y Avanzados de la Universidad del Pacífico, desarrolló un juego para la enseñanza de las matemáticas, específicamente de los números enteros. Su experiencia como docente, le permitió identificar que los estudiantes presentan gran cantidad de dificultades en el momento de comprender y entender el tema de este conjunto numérico. El Ministerio de Educación, en su página del Centro Virtual de las Noticias de la Educación, exalta la labor de este docente.

Al buscar la información necesaria para fortalecer esta investigación se ha evidenciado que la mayoría de los estudios se han realizado a nivel de educación básica secundaria, dejando de lado la educación superior. La cual también es importante analizar, para determinar si en este nivel educativo persiste o no la problemática de interés investigativo.

Metodología

Esta investigación es de carácter cualitativo porque pretende comprender los conceptos que sobre números enteros poseen los docentes de Matemáticas Básicas de la Universidad del Cauca y la relación que existe entre sus concepciones y las prácticas de aula. El enfoque de la presente propuesta se basó en los postulados de la Teoría Fundamentada de Strauss-Corbin (Strauss y Corbin, 2002) quienes abren la posibilidad de crear teoría derivada de los datos y hallazgo obtenidos en el acercamiento con la realidad.

Para la recolección de la información se utilizó la técnica de grupos focales, permitiendo un diálogo directo con los participantes que de manera voluntaria manifestaron su deseo de hacer parte de este proceso.

En el análisis de los datos en la codificación abierta, entendida desde los autores como “el proceso analítico por medio del cual se identifican los conceptos y se descubren en los datos sus propiedades y dimensiones” (Strauss y Corbin, 2002, p. 110), emergen como categorías iniciales: La enseñanza de los números enteros desde la ejemplificación, la enseñanza desde los conceptos intuitivos, los conceptos científicos como una eventualidad en el aula.

Cuando se consideró que las categorías ya estaban saturadas se continuó con la codificación axial, “proceso en el cual se relacionan las categorías con sus subcategorías extrayendo una *categoría central para establecer relaciones entre ellas*” (Strauss y Corbin, 2002, p. 134). Se define como categoría central “La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas” y como subcategorías: La ejemplificación como estrategia para enseñar los números enteros”; “Los conceptos intuitivos circulando por las aulas” “Las restricciones didácticas en la enseñanza de los números enteros *como una consecuencia de la conceptualización*”. En la codificación selectiva se confirma como categoría central: **“La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas”**.

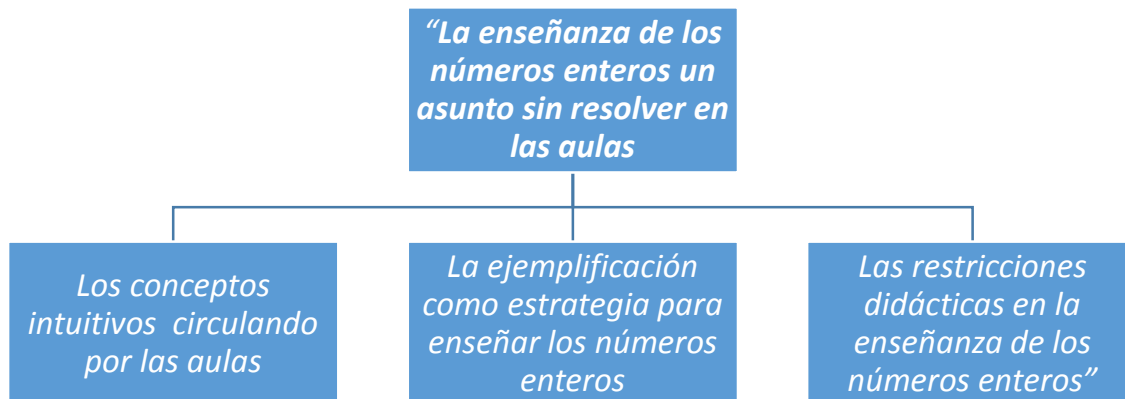


Figura 1. Categoría Central y subcategorías resultantes en el proceso investigativo, según la codificación axial de Strauss y Corbin

Contexto investigativo

La investigación se llevó a cabo en la Universidad del Cauca, institución pública que lleva más de 188 años formando profesionales de alto reconocimiento nacional. Su sede principal está en la ciudad de Popayán en el departamento del Cauca, también cuenta con una sede hacia el norte del departamento ubicado en el municipio de Santander de Quilichao.

Es una universidad que ofrece 43 programas a nivel de pregrado y 48 programas de posgrado dentro de los que hay 15 Maestrías y 5 Doctorados, con unos doce mil estudiantes en promedio, los cuales provienen de todos los niveles económicos así como de todo el país, predominando estudiantes que vienen del sur específicamente del departamento de Nariño.

La universidad oferta al interior de las Ingenierías, las Licenciaturas, las Ciencias Contables y en gran cantidad de programas de pregrados más, el curso de Matemáticas Fundamentales; asignatura de nivel básico que tienen dentro de su pensum académico y que se orienta en el primer semestre de estas carreras con el propósito de nivelar o recordar a los aproximadamente 1741 estudiantes que ingresan semestralmente, las temáticas vistas durante su paso por la Educación Básica Secundaria. Dicha tarea está distribuida entre los 69 docentes con los que cuenta el Departamento de Matemáticas de tan reconocida institución.

Unidad de Trabajo

La investigación cuenta con la participación de cinco docentes de planta de la Universidad del Cauca; que pertenecen al departamento de matemáticas de la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación, los cuales prestan sus servicios en los diferentes programas de la universidad que tienen dentro de su pensum académico la asignatura de Matemáticas Fundamentales, entre muchos otros programas que requieren de sus servicios.

De ellos, 3 Licenciados en Matemáticas, docentes del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Cauca; uno de ellos Magister en Educación Matemática y los otros dos, Magister en Matemática Aplicada. Los otros dos participantes son Ingenieros Físicos, docentes del Departamento de Física de la Universidad del Cauca, doctores en Física. Como criterio de selección de los participantes se tuvo en cuenta que desarrollaran en sus procesos de enseñanza temas relacionados con los números enteros.

Construcción de sentido

Comúnmente las personas consideran las matemáticas y los números como sinónimos, se habla de matemática y automáticamente se relaciona con números y problemas; sin embargo, esta premisa fue cierta en los inicios de las matemáticas, pero como campo de saber se ha complejizado hasta ser considerada como “una disciplina caracterizada por resultados precisos y procedimientos infalibles cuyos elementos básicos son las operaciones aritméticas, los procedimientos algebraicos, los términos geométricos y teoremas” (Thompson, 1992, s. p).

Los números como expresiones básicas de la matemática surgieron, como lo expresa Macías (2010), de la necesidad que han tenido las personas de contar cosas, personas, animales, todo con el fin de llevar un control de lo que poseía, del mismo modo, ha necesitado representar esas cantidades, y esto lo ha hecho de diferentes maneras. Cada

civilización ha manejado su propio estilo de escritura o representación numérica, la cual se ha ido transmitiendo de generación en generación, mientras que otras puedan que hayan ido desapareciendo.

Los primeros conteos de cantidades se representaban a través de marcas, nudos, montículos de piedras, pero en la medida que las cantidades aumentaban, se hacía incomoda su representación con estos métodos, surgiendo los números, como símbolos que además de facilitar el conteo de cualquier cantidad, permitía la generalización y el intercambio entre diferentes culturas. Así, Los Egipcios utilizaban jeroglíficos para cantidades en base 10, los griegos manejaban las letras del alfabeto griego, los chinos recurrían a los ideogramas, en los Babilonios era muy común las marcas (o muescas) en arcilla o madera, denominadas cuneiformes, los Mayas lo hacían a través de puntos y rayas y fue la primera cultura que introdujo el cero, mientras que los romanos utilizaban letras mayúsculas específicas.

Los números, se definen como símbolos que representan diferentes cantidades que evidencian las realidades del entorno y hacen posible solucionar problemas básicos sobre cuentas elementales (Gallardo, 2010). Actualmente, utilizamos el sistema indo-arábigo que consta de diez símbolos *dígitos* para representar los números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Estos dígitos se caracteriza por realizar agrupaciones de cantidades de 10 en 10, es decir, es un sistema de organización de base 10 y es la posición de los mismos, la que le da el valor a la cantidad.

La complejidad de las cantidades que se representan han dado origen a la aparición de diferentes conjuntos numéricos: números naturales, números enteros, racionales, reales y complejos. El primer conjunto de números que se utilizaron fue el de los **números naturales**, definidos como todos aquellos números que sirven para contar. De ellos se excluye el 0, ya que si alguien no tiene nada, entonces no tiene la necesidad de contar. El desarrollo de éstos dio origen a la aritmética y la geometría. Cuando el hombre, en sus procesos de intercambio comercial, comenzó a tener deudas aparece la urgencia de representar cantidades negativas, dando origen a los **números enteros**, los cuales incluyen además el cero. Se entiende entonces por este conjunto numérico, la unión de los números naturales, el cero y las cantidades negativas.

Hay tres clases de enteros: Los enteros Positivos; que equivalen a todos los naturales menos el cero. El entero nulo igual al número cero, y los enteros negativos, que corresponden a los naturales de signo menos (Torres, 2007).

Los conceptos intuitivos circulando por las aulas

Al indagar a los docentes acerca del concepto de números enteros encontramos que muchos de ellos no tienen claridad con relación al mismo. Así lo evidencia la respuesta de varios de los participantes: “Los números enteros son un conjunto de números que satisfacen pues ciertas ecuaciones, eso es lo que son para mí”. (Participante 3); “¡Yo ya no me acuerdo de eso! (...) lo que pasa es que uno maneja eso pero a veces no reflexiona, no tiene una definición” (participante 4). Esta última respuesta da cuenta de la dificultad que los mismos docentes tienen con relación al concepto de números enteros y que los

contenidos sobre esta temática no trascienden la ejemplificación como posibilidad para que los estudiantes aprehendan el mismo y por ende al enfrentarse a situaciones que requieran de este concepto, sus respuestas se limitan a la simple ejemplarización que circula por el aula al momento del proceso de aprendizaje de este concepto.

Al analizar las anteriores respuestas encontramos que los docentes, a pesar de tener formación en el área de matemáticas, manejan los números enteros desde los conceptos intuitivos, definidos como

El conocimiento que utilizamos en nuestra vida cotidiana y nos permite acceder al mundo que nos rodea, de forma inmediata a través de la experiencia, ordenando en hechos particulares, es decir, tratando de relacionarla con algún evento o experiencia que hallamos vivido y se relacione con lo que estamos apreciando. (Zepeda, 2015, s. p.).

Los conceptos intuitivos, como lo plantea Pozo y otros (1991), son construcciones individuales, de carácter perceptivo, muy sólidas, como resultado de la interrelación con el mundo cotidiano, resistentes a la transformación y con cierto nivel de universalidad entre sujetos de diferentes edades, formación o procedencia.

Para Vigostky (1981), los conceptos intuitivos y los científicos hacen parte del proceso de construcción de los conocimientos y son controlados por el lenguaje, es decir, la elaboración de un nuevo concepto o teoría está determinada por la relación que se establece entre los conocimientos que el sujeto posee, relación que se genera en el proceso de aprendizaje. La calidad de estas relaciones posibilita o limita el cambio conceptual.

El docente cumple un papel fundamental en la transformación conceptual de los estudiantes, pero si sus mediaciones se basan en los conocimientos intuitivos que posee sobre determinado concepto, el estudiante tendrá dificultades para avanzar en la construcción del concepto científico y mucho menos podrá hacer uso de él en los diferentes contextos de interacción donde este concepto se ponga en juego.

Es de resaltar que los números enteros son primordiales para acceder a operaciones aritméticas y las dificultades que manifiestan los estudiantes al enfrentarse a ellas, pueden tener su origen en los niveles de conceptualización, que con respecto a los números enteros logra el estudiante en los primeros niveles donde se enseñan los mismos.

La respuesta del participante 5: "Para mí los números enteros son aquellos que están definidos de una manera discreta...", igualmente confirma que, aunque hace un manejo del lenguaje matemático, ubicando los números enteros dentro de una clasificación de las cantidades, no es suficiente para definir lo que ellos son y nos lleva a interrogarnos acerca del impacto que tienen los procesos de formación de los docentes, en el área específica de las Matemáticas, en la construcción de los conceptos científicos, relacionados con algunas temáticas que muchos estudiantes consideran son problemáticas para su comprensión, apropiación y aplicación en los entornos diferentes al aula.

Es importante destacar así mismo, que entre los participantes en el proceso investigativo hay dos docentes que poseen el concepto científico de los números enteros: “números enteros son los que están formados por la unión de los enteros positivos, los enteros negativos y el cero” (Participante 1). Del mismo modo, “Los números enteros para mí, son aquellos conformados por los números naturales, los negativos de los números naturales y el cero” (Participante 5) las cuales concuerdan con el concepto científico establecido inicialmente: “Los números enteros están formados por los números naturales, sus “opuestos” (los números negativos) y el cero que es el nexo entre estos dos” (Torres, 2007, p. 10 -11).

Las dificultades que poseen los docentes con respecto al concepto de números enteros, se refleja directamente en la profundidad con que esta temática se desarrolla en el aula y en las estrategias didácticas que utiliza en la enseñanza de la misma, para lo que el profesor debe utilizar las metodologías adecuadas que le permitan no solo enseñar la materia sino que también atender la diversidad que se encuentran en el interior de las mismas.

La ejemplificación como estrategia para enseñar los números enteros

Es usual escuchar en el medio educativo que los docentes utilizan diferentes estrategias para que los estudiantes puedan acceder al conocimiento; sin embargo, la estrategia entendida como una serie de acciones muy detalladas, que permiten la consecución de un objetivo nos lleva a repensar la idea que tienen los educadores matemáticos sobre el diseño de las mismas, en aras de conseguir que la información que brindan a sus estudiantes sea lo suficientemente clara, precisa y oportuna a la realidad que viven a diario haciendo caso de una verdadera inclusión educativa.

En el caso de la enseñanza de los números enteros, un docente de matemáticas debe manejar un buen discurso, fundamentado en conceptos científicos con una buena difusión de los mismos y apoyado en excelentes estrategias didácticas. Estas últimas, entendidas como todos los recursos y acciones utilizados por el docente con el propósito de que los estudiantes aprendan y mejoren su pensamiento matemático, construyendo los conceptos científicos que requieren y son necesarios para su formación. En tal caso estaríamos hablando de que el docente está trabajando con una estrategia de enseñanza (Parra, 2003); la cual bien utilizada se convierte en un conjunto de instrumentos que les permite a los estudiantes desarrollar un pensamiento crítico y creativo a medida que van aprendiendo los contenidos temáticos de los números.

Bajo las consideraciones anteriores y teniendo en cuenta expresiones de uno de los docentes entrevistados quien señala: “Uno mira cuestiones típicas como lo que es la temperatura, sobre cero y bajo cero, la altitud, sobre el nivel del mar, (...) entonces empiezo a hacer ver la importancia de porqué deben aparecer (...) ese sistema numérico” (Participante 1) se puede evidenciar falta de claridad en la conceptualización del docente, razón por la cual, recurre a los ejemplos que los mismos docentes de matemáticas han llamado “típicos” como estrategia de enseñanza, de tal forma que el estudiante, con esta información, no podrá hacer la apropiación del concepto, ya que como lo expresa Pozo (2006): Una persona obtiene un concepto en el momento que puede otorgarle un

significado o un sentido a la información que se le presenta, es decir cuando la “comprende”.

Además, hay que tener en cuenta que así como el docente maneja su estrategia de enseñanza, los estudiantes también lo hacen, denominada por Parra como “Estrategia de Aprendizaje” la cual está basada en “actividades conscientes e intencionales que guían las acciones a seguir para alcanzar determinadas metas de aprendizaje por parte del estudiante”. (Parra, 2003, p. 9) lo cual le va a permitir avanzar hacia la conceptualización, la generalización y la aplicación del concepto que sobre número entero le ha dado su docente.

Las estrategias didácticas que usan los maestros buscan optimizar los procesos de enseñanza, llevando a que los estudiantes mejoren sus resultados académicos animándolos a que continúen con su “deseo de aprender, comprender, organizar y aplicar los conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes a los diferentes pensamientos, formas de aprendizaje, tiempo y espacio que adquiere mientras aprende” (Proyecto QUÉDATE, 2012, p. 8)

En las diferentes técnicas que hay para la enseñanza/aprendizaje, algunas están centradas en el alumno (activas), otras en el docente, o en el proceso didáctico, en el objeto del conocimiento, sin embargo, cabe destacar que el camino de la ejemplificación es el más utilizado por los docentes, no obstante hay algunos que no utilizan los ejemplos más adecuados, llevando a mayor confusión conceptual tal y como lo deja ver las siguientes respuestas: “Tomando el ejemplo básico del dinero que todo el día, todos los días lo estamos manejando, y con el dinero (...) uno poderle ejemplificar cómo se usa y que propiedades van a tener los números enteros” (Participante 5); “para mí números enteros, los positivos indicaría una dirección específica, en caso que la magnitud sea un vector y los negativos me indicaría que el vector tiene una dirección opuesta” (Participante 4)

Podemos observar que los profesores participantes enseñan los números enteros sin una estrategia definida, este proceso difiere de un docente a otro, cada uno de ellos mira sus necesidades pero ninguno utiliza un proceso o una ruta definida para enseñarlos, algunos emplean descripción de situaciones: “entonces para ello utilizó diferentes contextos, entonces uno mira cuestiones típicas” (Participante 1), otros utilizan ejemplos precisos: “Pues yo los uso, por ejemplo en vectores” (Participante 4), otros toman un punto de partida: “generalmente uno comienza denotando el sistema numérico que se va a trabajar” (Participante 2).

Para conseguir un aprendizaje significativo sobre el concepto de número entero es importante que los docentes estén dispuestos a revisar y analizar nuevas estrategias y diseños metodológicos que les permitan a los estudiantes construir conceptos científicos. Para este fin, hay que tener en cuenta cuáles son las tareas más apropiadas de acuerdo al conocimiento de las actitudes y disposiciones matemáticas que tienen cada uno de ellos. Para lo que el maestro debe considerar la diversidad que hay en su salón, puesto que a las universidades llegan individuos de diferentes clases socioeconómicas, políticas religiosas, geográficas y por ende con diferentes niveles de formación académica

Entonces si se quiere que el estudiante *comprenda* el concepto de número entero, es porque busca que éste sepa que es, donde tiene validez dicho concepto, donde se utiliza y como lo opera aritméticamente. Del mismo modo, el maestro debe tener claridad entre un concepto que se aprende de manera relacional (saber qué) o uno que se aprende de manera instrumental (Saber hacer) (Godino, 2004).

Lo anterior nos lleva a pensar que para enseñar matemáticas no basta sólo con repetir definiciones e identificar propiedades, para enseñar correctamente los números enteros hay que saber su concepto científico, para ello requiere que utilice adecuadamente el lenguaje matemático de tal forma que le permitan relacionarlo con la manera de solucionar problemas, porque:

Esta actividad de resolver problemas una forma esencial de conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas (...) permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al resolver un problema, el alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad. (Godino, 2004, p. 66-67).

El docente debe entonces manejar una didáctica apropiada que le permita conseguir este propósito.

Las restricciones didácticas en la enseñanza de los números enteros.

En muchas instituciones educativas, las conversaciones que se dan entre los docentes, padres de familia, y hasta de los mismos alumnos giran en torno a temas relacionados con “material didáctico”, “estrategias didácticas”, inclusive de “los juegos didácticos”, es decir, hacer referencia a componentes de la didáctica, pero ¿en realidad sabemos qué significado tiene?

La palabra didáctica, etimológicamente tiene su origen en el griego *didastékene*, el cual se divide en *didas*: que es enseñar y *tékene*: que es arte. Lo que definiría la didáctica como el arte de enseñar. Sin embargo, didáctica tiene otro sin número de definiciones tales como: “Didáctica es la ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando.” (Mallart, 2001, p. 5). Comenio también hace su apreciación sobre lo que es la didáctica: “en las escuelas hay que enseñar todo a todos” (Comenio, 1998, p. 24). Nerici establece la didáctica como un conjunto formado por todos los procesos necesarios para poder enseñar (Nerici, 1970), mientras tanto Zabalza la define como el campo donde se concentran todas las teorías y las prácticas que se pueden utilizar para enseñar y aprender algún conocimiento específico (Zabalza, 1990).

Se podría decir entonces, que la didáctica es la que le indica al docente cómo orientar o enseñar de una manera divertida y agradable a los estudiantes, los números enteros, para ello éste debe tener no solo dominio sobre la disciplina sino también habilidad y amor por su profesión así como el conocimiento sobre las diferentes técnicas, procedimientos, recursos que permiten que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea eficiente. (Torres, Girón, 2009)

La habilidad consiste en reconocer los conocimientos previos de los estudiantes, contextualizar la temática, buscar ejemplos claros y prácticos, identificar qué necesitan conocer, para que el aprendizaje lo hagan a conciencia, comprendiendo de manera clara y puedan construir su conocimiento a través de lo que experimentan a su alrededor. De esta forma el docente puede realizar una excelente planificación de la clase, lo que lleva a un buen desarrollo de la misma consiguiendo los objetivos planteados.

Aquí se visualiza lo trascendental del rol del docente “en la organización, dirección y promoción de los aprendizajes de los estudiantes” (Godino y otros, 2003, p. 13). Los profesores debemos ser conscientes de la complejidad del proceso de enseñanza, cuya finalidad es conseguir un aprendizaje significativo, entendido como un aprendizaje con sentido, donde el estudiante puede establecer una relación entre lo que apenas empieza a conocer con lo que ya sabe en cuyo proceso debe hacer los ajustes necesarios para conseguir una articulación entre los conceptos de tal forma que consigan nuevos conocimientos con un adecuado engranaje de la información.

Sin embargo, cuando los participantes de la investigación responden “(...) Cuando se enseña eso (los números enteros) en el curso de ingeniería o de matemáticas, generalmente uno comienza denotando el sistema numérico que se va a trabajar y cómo se va a contar (...)” (Participante 2) “...Enfatizar en que entendieran la necesidad del sistema y en que lo reconozcan totalmente como un sistema que todavía no termina de resolver todas las ecuaciones con las que ellos se van a enfrentar en la vida cotidiana” (Participante 3) “...Yo creería que se debe destacar las propiedades de los números enteros por las aplicaciones que pueden llegar a tener en la vida cotidiana...” (Participante 5) demuestran que no tienen un direccionamiento sobre la temática de los números enteros, no hay una visión clara de cuál es el objetivo que pretenden que alcancen sus estudiantes.

Con esta clase de respuestas no se evidencia en el discurso del profesor una verdadera “instrucción matemática” (Godino, 2003, p. 13). Puesto que para enseñar cierto tema, los componentes de la didáctica exigen tener unos objetivos planteados, así como un contenido establecido, una metodología, unos recursos a utilizar y un sistema de evaluación; pero ante estas respuestas no es preciso qué quieren enseñar ni como lo evaluarán.

Lo que deja ver es que hay un desconocimiento de las diferentes metodologías o alternativas, que les permitan difundir los conceptos de manera precisa en los estudiantes, se hallan ante una restricción, una limitación de la didáctica adecuada para enseñar los números enteros.

De igual forma, las respuestas: “Bueno, pues para mí ... tendrían que aprender (...) entender por qué son necesarios (...) su parte operativa (...) qué propiedades son las que se cumple, qué no se cumple” (Participante 3) “Los estudiantes deben aprender de los números enteros, todas las operaciones que se puedan hacer (...) por ejemplo, si yo tengo una magnitud física como un vector, yo la puedo dividir por un entero o sea que tendría que manejar el concepto de división” (Participante 4) ratifica las limitaciones con respecto a un procedimiento de enseñanza, enfocándose solo en la enseñanza con

ejemplos, creando oposición a lo establecido por Godino y otros (2003) donde los estudiantes aprenden dependiendo de cómo se involucre activamente los conceptos durante la clase.

Porque en las exposiciones que el docente hace sobre la conceptualización de los números enteros, los estudiantes viven experiencias, crean relaciones con el entorno que permiten un acercamiento o distanciamiento hacia esta temática y todas sus definiciones, ya que ven o no reflejados los conceptos en la realidad.

Es decir que el cuidado que se tenga con la metodología que se use para enseñar, es la que hará que se superen las restricciones didácticas que se tengan y se desarrolle e intensifique la capacidad de comprensión y sentido que le den los estudiantes a los números enteros.

Para este fin es necesario que el docente desarrolle un buen plan donde diseñe una gran variedad de escenarios didácticos que le ayuden a realizar modelos de interacción permitiéndole aplicar todas las estrategias que motiven un buen proceso de enseñanza sobre el concepto de números enteros en los estudiantes. Para ello es conveniente que el docente tenga presente los siguientes aspectos: ¿para qué se va a enseñar?, ¿qué es lo que va a enseñar?, ¿cómo lo va a enseñar? con qué lo va a enseñar? Con el fin de tener una ruta que le dé un lineamiento a su proceso de enseñanza.

Hay que tener en cuenta que el conocimiento científico es primordial para la constitución de un saber, porque así se puede explicar lo que se hace con éste, dándole un verdadero valor conceptual a lo intuitivo, los cuales son tan difíciles de olvidar. Para ello los docentes de matemáticas deben hacer uso del lenguaje matemático apropiado en la conceptualización del número entero.

De esta forma las respuestas que expresan “ (...) los enseño precisamente así, introduciendo la necesidad del número negativo (...) para resolver ciertas ecuaciones (...)” (Participante 3), “ para contextualizarlo es simple y sencillamente mirar alrededor donde casi todo lo que uno puede visualizar es, se puede contabilizar en números enteros” (Participante 5) dejan ver que no hay mayor profundidad en su contenido, porque existen restricciones en cuanto al lenguaje, a la planificación previa y detallada sobre la temática que va a enseñar, así como a la coherencia y contextualización necesaria para el adecuado aprendizaje y como establece Godino (2003) lo que los estudiantes aprenden, está íntimamente relacionado con la forma como lo aprenden siendo fundamental que el docente maneje la temática de los números enteros, para que pueda generar las estrategias didácticas que le posibilite a los estudiantes apropiarse de todos los conocimientos sobre dicho conjunto numérico.

Para ello el docente de matemáticas tiene que

Generar las estrategias y acciones que lleven al estudiante a relacionar los aprendizajes y conocimientos previos con los que está por conseguir. En esto recae la función de los objetos de aprendizaje (recursos y materiales didácticos) que el mediador debe emplear para generar los escenarios que lleven a poner a sus estudiantes en situación de aprender (Villarruel, 2009, p. 2).

Es decir, que debe superar las limitaciones que sobre la didáctica tiene, porque si no es la más indicada, en el momento de trabajar algunas temáticas como por ejemplo lo referente a los números negativos, (parte primordial dentro de los números enteros):

Uno de los conceptos que ha tenido dificultad en el momento de aprender y enseñarlo es el de número negativo, en particular por su concepción tan abstracta (...) es difícil comprender aquello de lo que no se tiene un referente, o aquello que no se aplica en la realidad (Chica, 2012, p. 180).

Entonces los estudiantes no podrán relacionarlo en su contexto lo cual ratifica el docente que responde “ese error es de los profesores porque no saben diferenciar entre la operación y el signo del número” (Participante 2) y como docentes debemos tener en cuenta que para poder enseñar algún conocimiento, no solo debemos tenerlo, debemos saber comunicarlo (Duta, Canespecu, 2011) es decir que, además de limitaciones conceptuales debemos superar obstáculos de la comunicación.

Por tal razón, las estrategias que se diseñen son importantes, porque son las que enfatizan la apropiación del conocimiento en los estudiantes, es decir, que además de dominar la temática con su adecuada conceptualización (manejo de conceptos científicos), también es primordial la manera como se enseñe para que hay que superar todas las restricciones didácticas que se presenten y no se limiten solo al uso de los ejemplos.

El análisis realizado a las tres subcategorías ***los conceptos intuitivos circulando por las aulas, las restricciones didácticas en la enseñanza de los números enteros y la ejemplificación como estrategia para enseñar los números enteros*** permitieron identificar un gran fenómeno como es que los docentes, a pesar de que, son Licenciados en Matemáticas e Ingenieros Físicos con formación de posgrado de alto nivel, con relación a los números enteros no todos poseen el concepto científico y trabajan con conceptos intuitivos tomando como estrategia metodológica la ejemplificación. Dicho fenómeno se recopiló en una gran categoría que se denominó ***La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas.***

Conclusiones

El análisis realizado a los resultados obtenidos permite establecer que el desconocimiento de los docentes universitarios sobre el concepto científico que existe de número entero, aumenta las dificultades en el dominio de los mismos por parte de los estudiantes de pregrado, puesto que no han recibido por parte de sus docentes, la manera como se construye un número negativo y solo se limitan a colocar o no un signo menos delante de un número natural ignorando los efectos que esto puede traer.

Por otra parte, el alto nivel de formación académica de los docentes no asegura la apropiación de los conceptos matemáticos relacionados con números enteros, creando restricciones en su enseñanza que impiden al estudiante desarrollar un verdadero aprendizaje sobre el mismo, primando al interior de las aulas los conceptos intuitivos, causando que la enseñanza de los números enteros sea aún un asunto sin resolver.

Finalmente, la práctica docente, al igual que todas las profesiones, requiere de constante actualización más ahora que se habla de inclusión y diversidad en las aulas, exigiendo en los maestros el conocimiento de diversas estrategias de enseñanza que permitan forjar en los estudiantes un aprendizaje significativo y permanente, desligándose de la ejemplificación como única forma de enseñar, sobre todo el concepto de los números enteros.

Recomendaciones

Frente a la importancia que tiene el dominio del concepto de número entero se hace necesario:

1. Replantear la apropiación que tienen los docentes del concepto de número entero y la forma como se está enseñando al interior de las aulas, con el fin de determinar si se hace como concepto intuitivo o como concepto científico, puesto que una buena difusión de este incrementaría una correcta aplicación de ellos en la vida profesional de los individuos.
2. Integrar en las instituciones de educación superior, diferentes estrategias didácticas que permitan minimizar los obstáculos que presentan los docentes al enseñar el concepto de números enteros, con el fin de que no predomine la ejemplificación como estrategia de enseñanza en los salones de clase.
3. Direccionar la verdadera importancia que tiene el aprendizaje de los números enteros, hacia su valor aplicativo, en los distintos programas de pregrado que se ofertan en las instituciones de educación superior.

Bibliografía

1. Fuentes

Alcalá Hernández, Manuel. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Graó. Biblioteca de uno.

Chica Agudelo, Nancy Andrea. (2012). *Propuesta de intervención pedagógica para comprender el significado del número entero*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional, Medellín, Colombia.

Comenios, J. (1998). *Didáctica Magna*. Octava Edición. México.

Corbin, Juliet y Strauss, Anselm, (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimiento para desarrollar la teoría fundamentada*. Editorial Universidad de Antioquia.

Díaz Godino, Juan, Batanero Bernabeu, María del Carmen & Font Moll, Vicenç. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

En http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/livros/fundamentos.pdf.
(Recuperado el 30 de mayo de 2013)

Díaz Godino, Juan. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. En http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf.
(Recuperado el 30 de mayo de 2013)

González González, Miguel Alberto. (2011). *El lenguaje como generador de conflicto*. Módulo de Paisajes Escriturales. Manizales, Colombia. Universidad de Manizales.

Hernández Romero, Oscar Armando (s.f.). Políticas y lineamientos de permanencia estudiantil y promoción oportuna. En Tercera Conferencia Latinoamericana sobre el Abandono en la Educación Superior realizado en México D.F. Universidad Nacional Autónoma de México. En http://www.alfaguia.org/wwwalfa/images/ponencias/clabesIII/LT_3/ponencia_completa_63.pdf (Recuperado el 15 de marzo de 2015)

Mallart, Juan. (2001). *Didáctica: concepto, objeto y finalidad*. Ebook Didáctica General para psicopedagogos. Madrid. En <http://www.xtec.cat/~tperulle/act0696/notesUned/tema1.pdf> (Recuperado el 12 de febrero de 2015)

Parra Pineda, Doris María. (2003). *Manual de Estrategias de Enseñanza/Aprendizaje*. Servicio Nacional de Aprendizaje. SENA, Medellín. Primera Edición.

Proyecto "QUÉDATE". (2012) *Estrategias y Metodologías Pedagógicas*. Ministerio de Educación Nacional- Universidad Francisco de Paula Santander. En file:///C:/Users/ACER/Downloads/110_2013.pdf . (Recuperado el 15 de Diciembre de 2014)

RODRÍGUEZ, Milagros Elena; (2010). *Matemática, cotidianidad y pedagogía integral: tendencias oferentes desde una óptica humanista integral*. Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, Octubre-Sin mes, 105-112.

Thompson, Alba. (1985). "Teacher's conceptions of mathematics and the teaching of problem solving". En E. A. Silver, Teaching and Learning mathematical problem solving: multiple research perspectives, pp 281-294. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Torres Ninahuanca, Carlos (2007). *Números enteros: Origen e historia*. Universidad Nacional de San Marcos. Lima Perú. En <http://casanchi.com/mat/enteros01.pdf> (Recuperado el 12 de octubre de 2014)

Villarruel Fuentes, Manuel. (2009). *La práctica Educativa del maestro mediador*. Revista Iberoamericana de Educación. No. 50 En <http://www.rieoei.org/deloslectores/2957Fuentes.pdf> (Recuperado el 10 de diciembre de 2013)

Zepeda Rojas, Roberto Carlos. (2015) *Conocimientos intuitivo, religioso, empírico, filosófico y científico. Definición, características y relevancia*. En <http://www.gestiopolis.com/conocimientos-intuitivo-religioso-empirico-filosofico-y-cientifico-definicion-caracteristicas-y-relevancia/> (Recuperado el 10 de diciembre de 2014)

2. Referencias

Ausubel, David. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México, D.F.: Editorial Trillas.

Canfux, Verónica. (2000). *Tendencias Pedagógicas en la realidad educativa actual*. La Paz, Bolivia: Editorial Universitaria. En <http://www.slideshare.net/guestcb1546/libro20-de20tendenciasm> (Recuperado el 28 de agosto de 2012)

Castrillón Toro, Luis Guillermo. (2013). *Estrategia didáctica de enseñanza utilizando las TIC para Aritmética de Números Enteros en grado octavo: Estudio de caso*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional. Medellín, Colombia. En <http://www.bdigital.unal.edu.co/11013/1/71336729.2013.pdf> (Recuperado el 25 de enero de 2014)

Cheyaybar y Kuri, Edith. (2006). *La percepción que tienen los profesores de educación media superior y superior sobre su formación y su práctica docente*. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México), XXXVI3er-4to trimestre, 219-259. En <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27036410>. (Recuperado el 28 de mayo de 2013)
Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española. 2012

Duta, Nicolás. Canespecu, Mariana. (2011). *Características de un buen profesor universitario. Hacia un perfil docente basado en competencias*. III Congreso Internacional de Nuevas Tendencias en la Formación Permanente del Profesorado, 954-966 Barcelona. En http://www.ub.edu/congresice/actes/9_rev.pdf . (Recuperado el 14 de diciembre de 2014).

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. (2006). Potenciar el pensamiento matemático. En <http://www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf> (Recuperado el 20 de diciembre de 2013)

Gallardo, Aurora; Basurto, Eduardo. (2010). *La negatividad matemática: antesala histórica de los números enteros*. Revista Latinoamericana de Investigación en

Matemática Educativa. 255-268. En <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33529137015> (Recuperado el 2 de febrero de 2015)

Gauna Quintero, Pedro José. (2004). *La comunicación interpersonal maestro-alumno en el área de matemáticas de la Universidad Iberoamericana, la disposición para el aprendizaje en el alumno y el rendimiento académico en ésta área*. (Tesis de Maestría). Universidad Iberoamericana. Ciudad de México, México. En ccdoc.iteso.mx/cat.aspx?cmn=download&ID=4616&N=1 (Recuperado el 22 de abril de 2013)

Gómez, Pedro. (2007) *Procesos de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Memoria de tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada. En <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/GomezP07-2856.PDF> (Recuperado el 30 de mayo de 2013)

Macías Hernández, María Remedios. (2010). *Evolución histórica del concepto de número*. Autodidacta. Revista de la educación en Extremadura. En http://www.anpebadajoz.es/autodidacta/autodidacta_archivos/numero_1_archivo_s/r_m_hernandez_feb10.pdf (Recuperado el 20 de mayo de 2014)

Maroto, Ana Patricia. (2009). *Competencias en la formación inicial de docentes de Matemática*. Inter Sedes: Revista de las Sedes Regionales, Sin mes, 89-108. En <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=66618371002> (Recuperado el 20 de mayo de 2013)

Ministerio de Educación Nacional. Centro Virtual de Noticias de la Educación. (2012). Docente de la Unipacífico diseña juego para la enseñanza de las matemáticas. En <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-300382.html> (Recuperado el 30 de enero de 2014)

Navia Ortega, Nathaly. Orozco Castillo, Vanessa. (2012). *Una introducción al concepto de entero enfatizando en el número negativo en el grado séptimo de la educación básica*. (Tesis de pregrado) Universidad del Valle. Cali, Colombia. En <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/4584> (Recuperado el 25 de enero de 2014)

Nerici, I. (1970). *Hacia una Didáctica General Dinámica*. Buenos Aires.

Patiño Giraldo, Luz Elena. (2011). *La atención a la diversidad en el contexto del aula de clase*. Módulo Alternativas Pedagógicas. Manizales, Colombia: Universidad de Manizales. En http://cedum.umanizales.edu.co/contenidos/mae_diversidad/alternativas_popayana_ch7/criterios_conceptuales/estructura_conceptual/pdf/alternativas_diversidad.pdf. (Recuperado el 10 de agosto de 2012)

Pérez Pérez, Jamis Enrique. Sierra Dávila, Manuel Salvador. (2012). *Concepciones de los docentes de matemáticas sobre la enseñanza de los números enteros y la coherencia que guardan con los lineamientos y estándares de competencia.* (Tesis de maestría) Sistema de Universidades Estatales del Caribe Colombiano – SUE Caribe Sede Universidad de Sucre. Sincelejo, Colombia. En [file:///C:/Users/ACER/Downloads/PEREZ%20J_SIERRA%20MSucre_2012%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/ACER/Downloads/PEREZ%20J_SIERRA%20MSucre_2012%20(1).pdf) (Recuperado el 27 de enero de 2014)

Pozo, Juan Ignacio, Pérez, María del Puy., Sanz Ángeles., Limón Margarita. (1991). *Las ideas de los alumnos sobre la ciencia como teorías implícitas.* Infancia y aprendizaje. 1992 pág. 3-22.

Pozo, Juan Ignacio. (2002). *La adquisición de conocimiento científico como un proceso de cambio representacional.* Revista Investigações em Ensino de Ciências – V7 (3), pp. 245-270, 2002. En http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID92/v7_n3_a2002.pdf (Recuperado el 11 de febrero de 2015)

Pozo, Juan Ignacio; Gómez Crespo, Miguel. (2006). *Aprender y Enseñar Ciencia. Del conocimiento Cotidiano al conocimiento científico.* Quinta Edición. Editorial Morata. Madrid.

Psicopedagogía.com. Psicología de la educación para padres y profesionales. Definición de Didáctica. En <http://www.psicopedagogia.com/definicion/didactica> (Recuperado el 2 de febrero de 2014)

Rodríguez, Milagros Elena. (2010). *El perfil del docente de matemática: Visión desde la triada matemática-cotidianidad y pedagogía integral.* Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", Septiembre-Diciembre, 1-19. En <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44717980018> (Recuperado el 8 de junio de 2013)

Ruíz, Deyse; García, Marianela; Peña, Pablo; Ruíz Humberto. (2011). *Representaciones sociales en el aprendizaje de las matemáticas.* Educere, Julio-Diciembre, 439-449. En <http://www.redalyc.org/pdf/356/35621559014.pdf> (Recuperado el 2 de febrero de 2015)

Torres Maldonado, Hernán., Girón Padilla, Delia Argentina. (2009). *Didáctica General.* Colección Pedagógica Formación Inicial de Docentes Centroamericanos de Educación Primaria o Básica. Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana, CECC/SICA. Vol. 9. En <http://unpan1.un.org/intradoc/groups/public/documents/icap/unpan039746.pdf>. (Recuperado el 30 de enero de 2014)

Vasco Uribe, Carlos Eduardo. (1985). *El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas*. En <file:///C:/Users/ACER/Downloads/11733-29621-1-PB.pdf> (Recuperado el 27 de junio de 2014)

Vasco Uribe, Carlos Eduardo. (2010). *Estratificación conceptual del proceso de producción de conocimientos matemáticos*. Universidad Nacional. Bogotá. En <http://www.bdigital.unal.edu.co/23111/1/19848-66083-1-PB.pdf> (Recuperado el 23 de junio de 2014)

Vygotski, Lev (1981). *Pensamiento y lenguaje*. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas. Buenos Aires: La Pléyade.

Zabalza Beraza, Miguel Ángel. *La Didáctica como estudio de la Educación*. En Medina Rivalla, A. y Sevillano García, M. L. (Coords) *Didáctica-adaptación. El currículum: fundamentación, desarrollo y evaluación*. Tomo I. Madrid. UNED. 1990.