Problemas en dos dimensiones relacionados con el entorno

Por: Juan Piloña
Palabras: 2,145

ÍNDICE

Siempre juntos….

Lunático y yo hemos quedado de reunirnos en el cine, al parecer las nuevas salas 3D son lo mejor en cuanto a imagen, sonido, etc.

¡Espero que realmente valga la pena, estoy gastando prácticamente la totalidad de mi mesada en esto!

Aunque lo mencionan como la novedad, yo no termino de entender el concepto, al final, ¿solo es cine o no? ¿Tendré el valor de preguntarle a Andrés?, seguramente vendrá con una súper explicación, pero valdrá la pena el reto, al menos me quedará claro porque estoy gastando tanto… jajajaja!

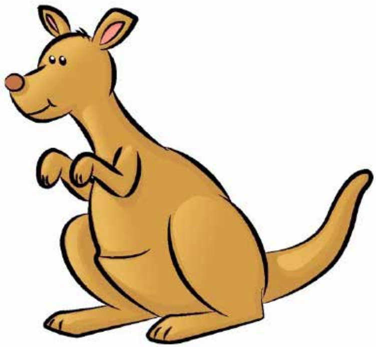
Lunático comenzó:

Cuando se habla de 3D, hablamos de tres dimensiones, aquí los objetos tienen alto, largo y ancho; es el mundo en el que vivimos. Cuando hablamos de la tecnología 3D estamos hablando, básicamente, de cuatro formas diferentes para "engañar" al ojo humano y hacerle creer que está viendo en tres dimensiones algo proyectado en sólo dos. Las imágenes llegan a nosotros a través de unos lentes que engañan a nuestro ojo.

Aún así al final, las películas se proyectan en dos dimensiones.

El movimiento de una partícula que se realiza en un plano es un movimiento en dos dimensiones; es el de un cuerpo que se lanza al aire, tal como una pelota, un disco girando, el salto de un canguro, el movimiento de planetas y satélites, etc.

Lunático sobredimensionó la conversación, tomó la servilleta y comenzó a dibujar.



Problema 1

Un niño agarra su honda de hule y lanza una piedra que forma un ángulo de 37° con una velocidad de 20 m/s.

Calcula:

a) La altura máxima.
b) El tiempo que permanece en el aire.
c) La distancia a la que llega el suelo.
d) La velocidad en X y Y de la piedra después de 1 segundo de haber sido lanzada.

Tomar $g = 10 \frac{m}{s^2}$

Paso 1

Datos:

Ángulo = 37°

$v_0 = 20 \frac{m}{s}$

$g = 10 \frac{m}{s^2}$

Cálculos que debemos realizar:

a) y_{max}
b) t_{total}
c) x
d) $v_x(1)$ y $v_y(1)$

Paso 2, Plantea el problema y definamos las fórmulas.

$v_{ox} = v_0 \cos \alpha$ $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $y_{max} = v_0 t + 1/2\, g t^2$

$v_{oy} = v_0 \operatorname{sen} \alpha$ $v_{fy} = v_{0y} + gt$ $x_{max} = vt$

Calculemos las fórmulas con los datos del problema.

$$v_{ox} = v_0 \cos \alpha$$
$$v_{ox} = (20 \tfrac{m}{s})(\cos 37°)$$
$$v_{ox} = 15.97 \tfrac{m}{s}$$

$$v_{oy} = v_0 \operatorname{sen} \alpha$$
$$v_{oy} = (20 \tfrac{m}{s})(\operatorname{sen} 37°)$$
$$v_{oy} = 12.03 \tfrac{m}{s}$$

Paso 3, encontremos las soluciones.

a) Para calcular la altura máxima, usaremos la fórmula $y_{max} = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$, en donde sabemos que $v_{oy} = 0$ y no conocemos el tiempo.
Calcular el tiempo de altura máxima,
Por lo tanto: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, $a = \frac{v_f - v_0}{t}$ $t = \frac{v_f - v_0}{a}$

$$t = \frac{v_{fy} - v_{0y}}{g}$$

$$t = \frac{0 - 12.03}{10}$$

t = 1.20 segundos

Ahora podemos calcular la altura máxima:

$$y_{max} = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$y_{max} = (12.03)(1.22s) + ((-9.8m/s^2)(1.22s)^2) / 2$$
$$y_{max} = 7.38m$$

b) Calcular el tiempo total.

En este caso solo se multiplica el tiempo de altura máxima por 2, porque sabemos que la trayectoria en este caso es simétrica y tarda el doble de tiempo en caer el proyectil de lo que tarda en alcanzar la altura máxima.

$T_{total} = t_{max}\ (2t)$

$T_{total} = 1.22s\ (2)$

$T_{total} = 2.44$ s.

c) Calcular el alcance máximo, para lo cual usaremos esta fórmula:

$x = v_x\ t_{total}$

$x = (15.97)(2.44s)$

$x = 38.96$ m.

d) $v_{fy} = v_{OY} + gt$

$v_{fy} = v_{oy} + (-\ 9.8)(\ 1seg.)$

$v_{fy} = 2.23\ \frac{m}{s}$

$v_{fx} = 15.97\ \frac{m}{s}$, ya que esta es constante durante todo el movimiento.

Problema 2

Un reloj de manecillas marca las 6:00 h. Hallar a qué hora se superponen las dos manecillas.

Solución

Como las manecillas se mueven a velocidad constante se trata de un movimiento circular uniforme.

Cada manecilla tendrá una velocidad angular diferente, debido que cada una marca un ángulo diferente.

La manecilla de los minutos tarda una hora en dar una vuelta completa y la de las horas, doce vueltas, por lo tanto sus velocidades angulares en radianes por segundo, vamos a llamarlas ω_m y ω_h.

ω_m = velocidad angular Minuto

ω_h = velocidad angular Hora

Como es un movimiento circular uniforme y es una revolución completa, se representa por $\frac{2\pi}{t}$

ω_m y ω_h serán:

$$\omega_m = \frac{2\pi}{t}$$


HOMEtime

$\omega_m = \frac{2\pi}{3600}$ se tarda una hora en dar una vuelta y una hora tiene 3600 segundos

$$\omega_m = \frac{2\pi}{1800}$$

$\omega_h = \frac{2\pi}{(12)\,(3600)}$ se tarda 12 horas en dar una vuelta y una hora tiene 3600 segundos

$$\omega_h = \frac{2\pi}{43200}$$

$$\omega_h = \frac{\pi}{21600}$$

A las 6:00 hr las dos manecillas se encuentran separadas un ángulo de 180° o π radianes

Así pues en el momento de superponerse las dos, la de los minutos ha de recorrer el mismo ángulo que la de las horas más π radianes. Debe recorrer la misma distancia que va a recorrer la de las horas y recuperar π radianes que le lleva de ventaja.

Es decir, de la fórmula original, $\omega = \frac{\text{ángulo}}{t}$, $\omega\, t = \text{ángulo}$

$$\omega_m\, t = \pi + \omega_h\, t$$

En esta última fórmula vamos a sustituir los valores de ω_m y ω_h y calcular el valor de t dejándola sola en el miembro de la izquierda

$$\omega_m t - \omega_h t = \pi$$
$$(\omega_m - \omega_h)\, t = \pi$$

Ahora sustituiremos las variables ya encontradas, ω_m y ω_h.

$$\left(\frac{\pi}{1800} + \frac{\pi}{21600}\right) t = \pi$$

Podemos sacar factor común a π y cancelarlas en ambos miembros, llegando a:

$$\left(\frac{1}{1800} + \frac{1}{21600}\right) t = 1$$

$$\frac{12+1}{21600}\, t = 1$$

$$\frac{13}{21600}\, t = 1$$

Debemos despejar para t.

$$t = \frac{21600}{13}$$

t=1661.54 segundos

Ese es el tiempo en segundos que tardan en encontrarse las dos agujas, y dividiendo por 60 para ver los minutos y luego los segundos tenemos que:

$$\frac{1661.54}{60\ s} = 27.69$$

Tenemos 27 minutos y 0.69 que debemos multiplicar por 60 segundos para saber a cuantos segundos equivalen.

(0.69)(60) = 41. 4 segundos

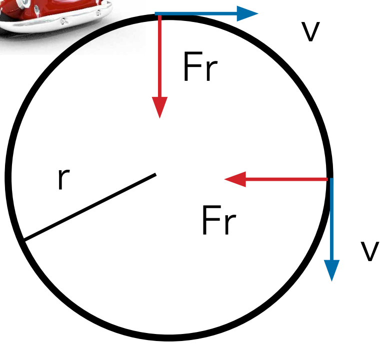
Por lo que la respuesta es:

27 minutos 41 segundos.

Así pues las agujas del reloj se superponen a las 6:27:41

Problema 3

A Luis le regalaron una pista de carros para su cumpleaños. El carro de juguete que se mueve con rapidez constante completa una vuelta alrededor de una pista circular, una distancia de 200 metros en 25 seg.



a. ¿Cual es la rapidez promedio?

b. Si la masa del auto es de 1.5 kg. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un círculo?

Solución
¿Cual es la rapidez promedio?

$$v= \frac{distancia}{tiempo} = \frac{200m}{25\ seg} = 8\ \frac{metros}{seg}$$

Si la masa del auto es de 1.5 kg.

¿Cuál es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un círculo?
L = 200 metros

Utilizaremos la siguiente fórmula.
$L= 2\ \pi\ r$

Y despejaremos para r (radio).

$$r= \frac{200}{2\pi} =31,83\ metros$$

Ahora que encontramos el radio, podemos dedicar nuestro tiempo a encontrar la magnitud de la Fuerza.

La fuerza central es una fuerza que está dirigida a lo largo de una recta radial a un centro fijo y cuya magnitud sólo depende de la coordenada radial r[1].

Según la segunda ley de Newton, para que se produzca una aceleración debe actuar una fuerza en la dirección de esa aceleración. Así, si consideramos una partícula de masa m en movimiento circular uniforme, estará sometida a una fuerza centrípeta dada por:

$$F = m \left(\frac{v^2}{r} \right)$$

$$F = m^* \frac{v^2}{r} = 1{,}5\ kg^* \quad \frac{(8)^2 \ \frac{m^2}{seg^2}}{31{,}83\ m} = \frac{1{,}5*64}{31{,}83} = \frac{96}{31{,}83}\ \text{Newton}$$

F = 3.01 Newton

Problema 4

La siguiente figura muestra una rueda de Chicago colocada en la feria de Chimaltenango que gira cuatro veces cada minuto y tiene un diámetro de 18 metros.

a. ¿Cuál es la aceleración centrípeta de un pasajero?
b. ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre un pasajero de 40 kg, en el punto más bajo del viaje?
c. Y, ¿en el punto más alto?
d. ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre un viajero cuando este se encuentra a la mitad entre los puntos más alto y más bajo?

Solución

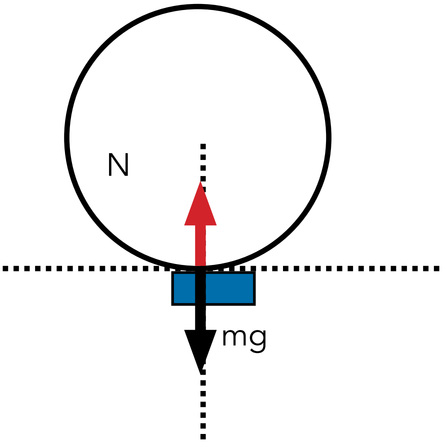
a. Período (T)= $\frac{\text{tiempo}}{\text{número de vueltas}} = \frac{60\text{seg}}{4} = 15$ seg

$V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2*3,14*9m}{15 \text{ seg}}$

V = 3.76 m/seg.

$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(3,76)^2}{9} = 1,57 \frac{m}{seg^2}$

$a_r = 1,57 \frac{m}{seg^2}$



b. La fuerza que ejerce el asiento sobre el pasajero, se llama normal N.

Sobre el eje y únicamente actúan 4 componentes, La Normal, la masa, la gravedad y la aceleración en el radio (a_r), por lo que la sumatoria de fuerzas sería la siguiente:

∑FY = mar la sumatoria de todas las fuerzas que actúan en el eje y es igual a ma_r

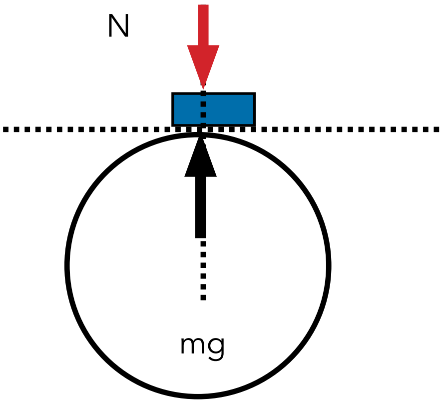
$N - mg = ma_r$

$N = mg + ma_r$

$N = (40kg)(10\frac{m}{s^2}) + (40kg)(1.57\frac{m}{s^2})$

$N = 400 + 62.8$

$N = 462.8$ Newton



c. En el punto más alto

$\sum FY = ma_r$

$mg - N = ma_r$

$N = mg - ma_r$

$N = (40)\,(10) - (40)\,(1.57)$

$N = 400 - 62.8$

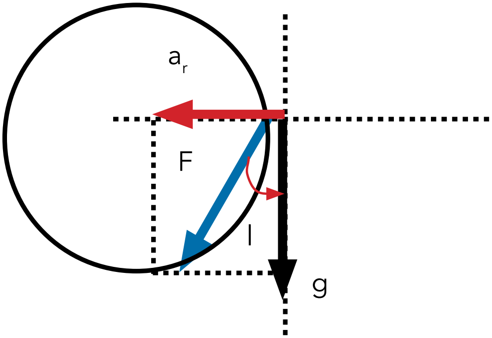
$N = 328.2$ Newton

d. ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre un viajero cuando este se encuentra a la mitad entre los puntos más alto y más bajo?

$$a = \sqrt{(a_r)^2 + (g)^2}$$

$$a = \sqrt{1{,}57^2 + (9{,}8)^2}$$

$a = 9.92$ m /seg^2



F = ma

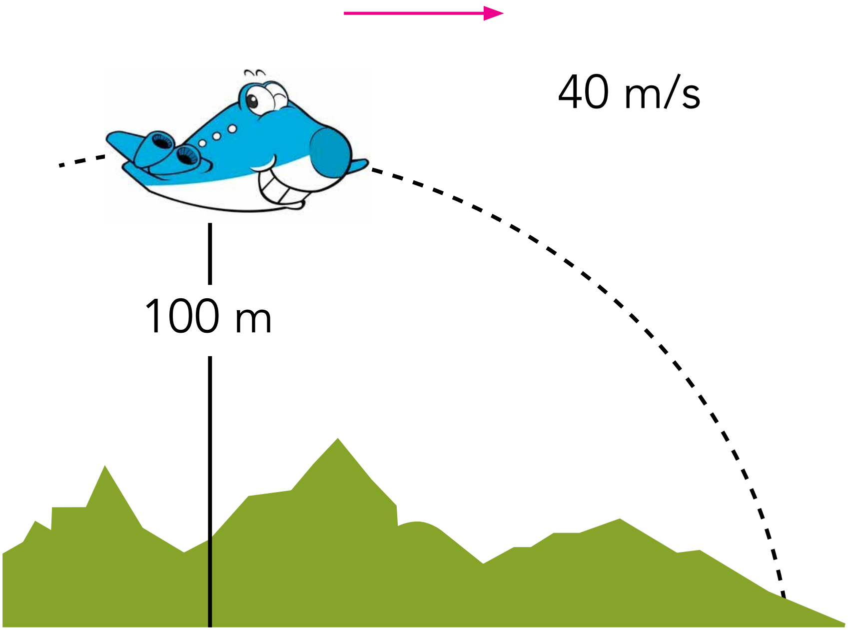
$F = (40\ kg)(9.92\,\frac{m}{s^2})$

F = 397 Newton

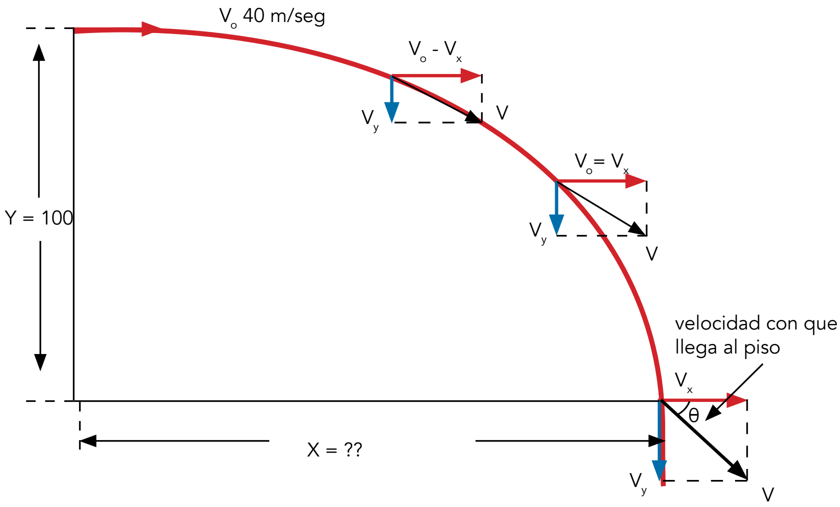
Problema 5

Un avión de rescate en Alaska deja caer un paquete de provisiones a un grupo de exploradores extraviados, como se muestra en la siguiente figura. Si el avión viaja horizontalmente a 40 m/seg y a una altura de 100 metros sobre el suelo.

¿Dónde cae el paquete en relación con el punto en que se soltó?



Dibujémoslo para hacerlo más sencillo.



Solución

Se halla el t_{VUELO}

$$y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$2y = t^2$$

$$\frac{2y}{g} = gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

t_{VUELO}

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\,(100)}{9.8}}$$

$$t = \sqrt{\frac{200}{9.8}}$$

$$t = \sqrt{20.4}$$

$t = 4.51$ segundos

$x = (V_0)(t_{VUELO})$
$x = (40\ m/s)(4.51\ seg)$
$x = 180.4$ metros

$V_y = (g)(t_{VUELO})$
$V_y = (9.8)(4.51)$
$V_y = 42.85\ \frac{m}{s}$

$V_x = V_0$
$V_x = 40\ \frac{m}{s}$

Problema 6

Luego de batallar con el disco de K-Paz de La Sierra finalmente este empieza a girar a 90 rpm (revoluciones por minuto). Halla su velocidad angular en radianes por segundo y calcula su período y frecuencia.

Solución

Para pasar de revoluciones por minuto a radianes por segundo, solo tenemos que recordar que:

Una vuelta entera = 360°
Una vuelta entera = 1 revolución
1 revolución = 2π radianes
Media vuelta = 180°
180° = π radianes

Con eso ya podemos hacer regla de tres:

1 vuelta $\longrightarrow$ 2π radianes
90 vueltas $\longrightarrow$ x radianes

x = (90)(2π radianes)
x = 180 π radianes

180π radianes $\longrightarrow$ 60 segundos
x radianes $\longrightarrow$ 1 segundo

$$x = \left(\frac{180\pi \text{ radianes segundo}}{60 \text{ segundos}}\right)$$

$$\text{Frecuencia angular} = \frac{3\pi \text{ radianes}}{\text{segundos}}$$

La fórmula para calcular período (T) es:

$$T = \frac{1}{\text{frecuencia}} \quad ,\text{o} \quad T = \frac{2\pi}{\text{frecuencia angular}}$$

$$T = \frac{2\pi}{3\pi \text{ segundos}}$$

$$T = \frac{2}{3} \text{ s}$$

La fórmula para calcular frecuencia (f) es:

$f = \frac{1}{T}$ como puedes ver, la frecuencia (f) es la inversa del período.

Ahora sustituiremos:

$$f = \frac{1}{\frac{2}{3}}$$

$$f = \frac{1}{0.67}$$

$$f = 1.49 \text{ s}$$

Problema 7

¿Te parece un problema conceptual?

Si el período de un MCU se duplica, ¿qué ocurre con:

a. Su velocidad angular?
b. Su frecuencia?
c. Su aceleración normal?

Este es un típico ejercicio en donde tenemos que operar "sin datos". En realidad no es que falten datos, sino que tenemos que calcular lo que nos piden en función de otras magnitudes. Por ejemplo.

a. La velocidad angular.

La fórmula es $\omega = \frac{2\pi}{t}$

Si en vez de T hubiese 2T (porque el período se duplica), la nueva velocidad angular es:

$$\omega^1 = \frac{2T}{2t}$$

$$\omega^1 = \frac{2T}{T\ Rad}$$

O, lo que es lo mismo, cuando el período se duplica, la velocidad angular se queda a la mitad de lo que era originalmente.

b. Su frecuencia. La frecuencia es la inversa del período, por lo que si el período se duplica:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f^1 = \frac{1}{2T} s^{-1}$$

La frecuencia se ve reducida a la mitad.

La aceleración normal depende de la velocidad lineal y del radio. Duplicar el período no afecta al radio ni a la velocidad lineal, por lo que la aceleración normal no cambia.

Glosario

Angular. Relativo al ángulo.

Energía. Está relacionado con la capacidad que generara movimiento o logra la transmisión de algo. Su fórmula es $E=mc^2$.

Parábola. Es la sección cónica resultante de cortar un cono recto con un plano cuyo ángulo de inclinación respecto al eje de revolución del cono sea igual al presentado por su generatriz.

Radianes. El radian es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades. Representa el ángulo central en una circunferencia y abarca un arco cuya longitud es igual a la del radio. Su símbolo es rad.

Revolución por minuto. Una revolución por minuto es una unidad de frecuencia que se usa también para expresar velocidad angular. En este contexto, se indica el número de rotaciones completadas cada minuto por un cuerpo que gira alrededor de un eje.

Rotación. Hace referencia al tiempo que debe transcurrir entre dos pasos sucesivos del cuerpo que realiza el movimiento por la misma posición.

Translación. El movimiento en el cual se modifica la posición de un objeto, en contraposición a una rotación.

Por: Juan Piloña
Palabras: 2,145
Imágenes: Depositphotos

Fuentes:
Referencias Bibliográficas:
Caída libre y tiro vertical en:
http://www.cobachsonora.net/materiales/s3/fisica/b2/Caida_libre_y_tiro_vertical.pdf
El tiro horizontal y la superación de la barrera cielo-tierra en:
http://intercentres.cult.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Tiro-horizontal/Tiro-horizontal.htm
Física en: http://guillermoga.galeon.com/index.html
Tiro oblicuo en: http://tirooblicuo1.blogspot.com/
www.her.itesm.mx/academia/profesional/cursos/fisica
www.omerique.net/calcumat/cinematica
Tipler, Paul A. (2000) (en español). .223 Física para la ciencia y la tecnología (2 volúmenes). Barcelona: Ed. Reverté. ISBN 84-291-4382-3.