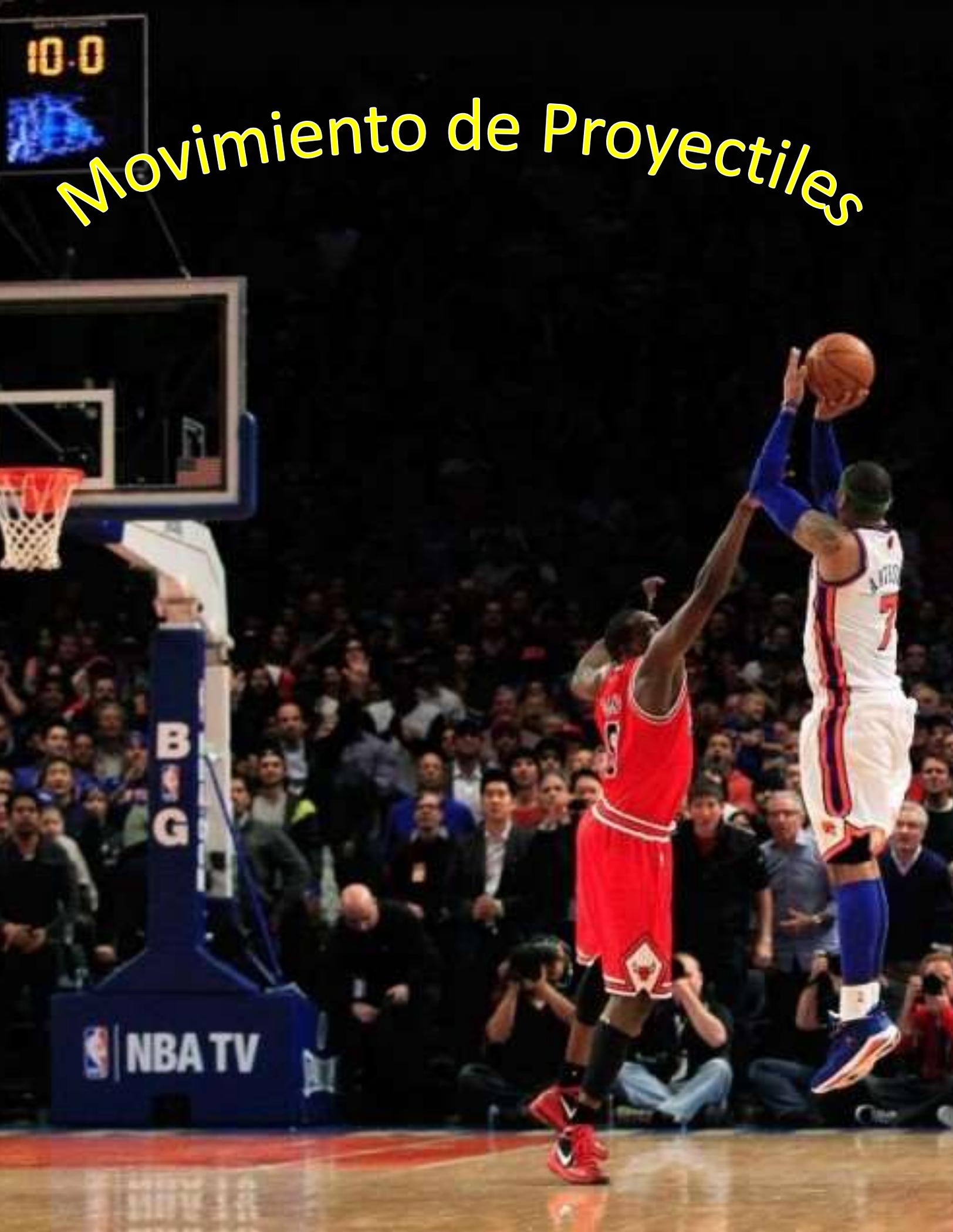
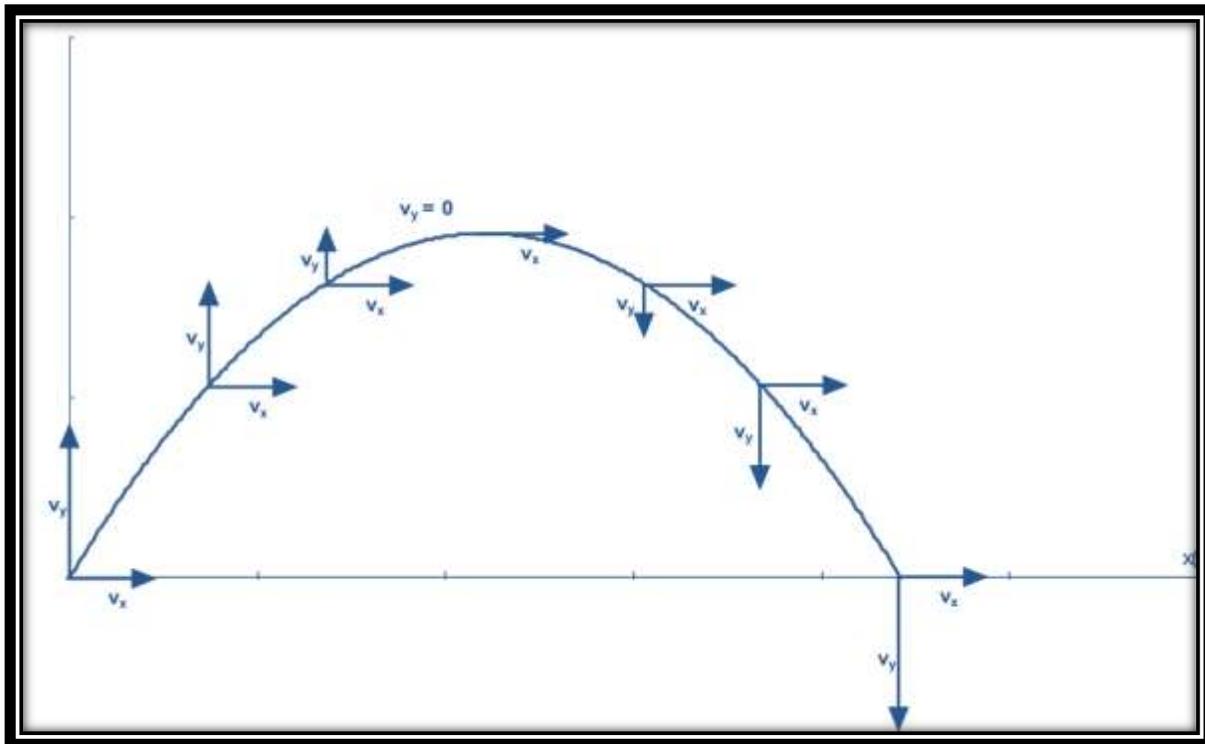


# Movimiento de Proyectiles



**E**n la vida cotidiana cualquier objeto que sea lanzado en el aire con una velocidad inicial hacia cualquier dirección, se mueve describiendo una trayectoria curva en un plano. Un proyectil es un objeto al cual se le ha comunicado una velocidad inicial y se ha dejado en libertad para que realice un movimiento bajo la acción de la gravedad. Los proyectiles que están cerca de la Tierra siguen una trayectoria curva muy simple que se conoce como parábola. Para describir el movimiento es útil separarlo en sus componentes horizontal y vertical.

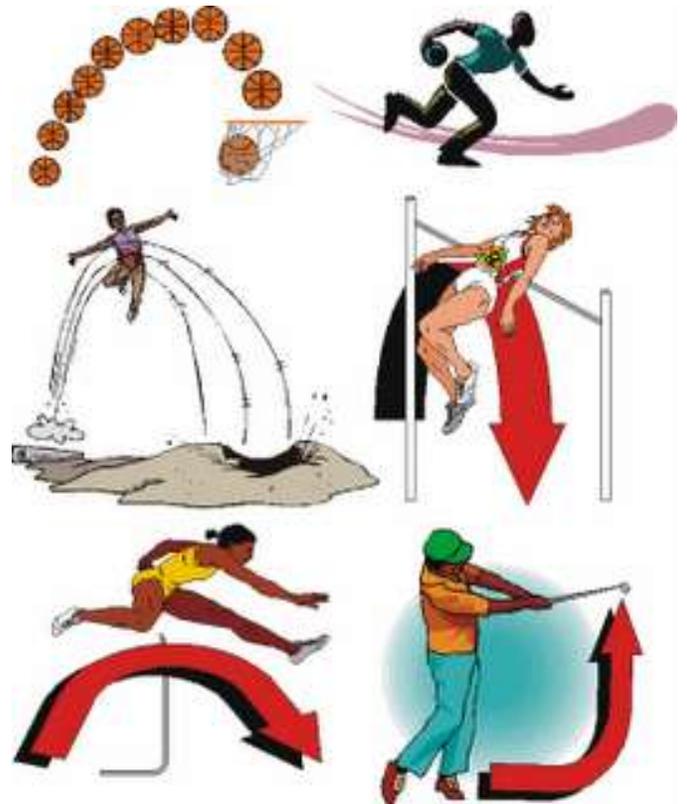
Por eso es importante explicar el movimiento de un proyectil como resultado de la unión de un movimiento rectilíneo uniforme y uno uniformemente variado, estableciendo las ecuaciones de la curva representativa, tiempo de vuelo, tiempo máximo, altura máxima, alcance máximo, velocidad y coordenadas de posición en el plano.



## ¿Qué es un proyectil?

Un proyectil es cualquier cuerpo que se lanza o proyecta por medio de alguna fuerza y continúa en movimiento por inercia propia. Un proyectil es un objeto sobre el cual la única fuerza que actúa es la aceleración de la gravedad. La gravedad actúa para influenciar el movimiento vertical del proyectil. El movimiento horizontal del proyectil es el resultado de la tendencia de cualquier objeto a permanecer en movimiento a velocidad constante.

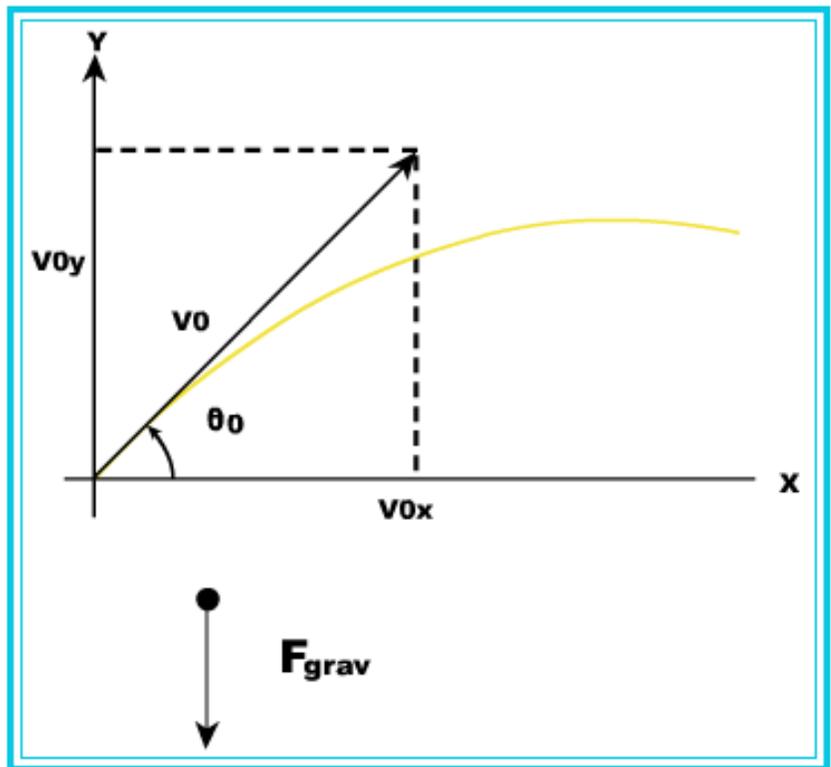
El término proyectil se aplica por ejemplo a una bala disparada por un arma de fuego, a un cohete después de consumir su combustible, a un objeto lanzado desde un avión o en muchas actividades deportivas (golf, tenis, fútbol, béisbol, atletismo etc.). Los fuegos artificiales y las fuentes del agua son ejemplos del movimiento de proyectiles. El camino seguido por un proyectil se denomina **trayectoria**.



El principio de superposición de movimientos:” Si el movimiento de un cuerpo es el resultado de otros dos movimientos simultáneos, la posición que ocupa al cabo de un tiempo  $t$  es la misma que ocuparía si ambos movimientos se hubiesen cumplido sucesiva e independientemente uno de otro y cada uno de ellos durante el mismo tiempo  $t$ ” .

## Análisis del movimiento de proyectiles

Se examina sólo trayectorias suficientemente cortas para que la fuerza gravitacional se pueda considerar constante en magnitud y dirección. También hay que analizar no tener en cuenta los efectos de la resistencia del aire; Estas hipótesis simplificadas constituyen la base de un modelo idealizado del problema físico. Como, en este caso idealizado, la única fuerza que actúa sobre el proyectil es su peso considerado constante en magnitud y dirección, es mejor referir el movimiento a un sistema de ejes de coordenadas rectangulares. Se toma el eje "x" horizontal y el eje "y" verticalmente hacia arriba.

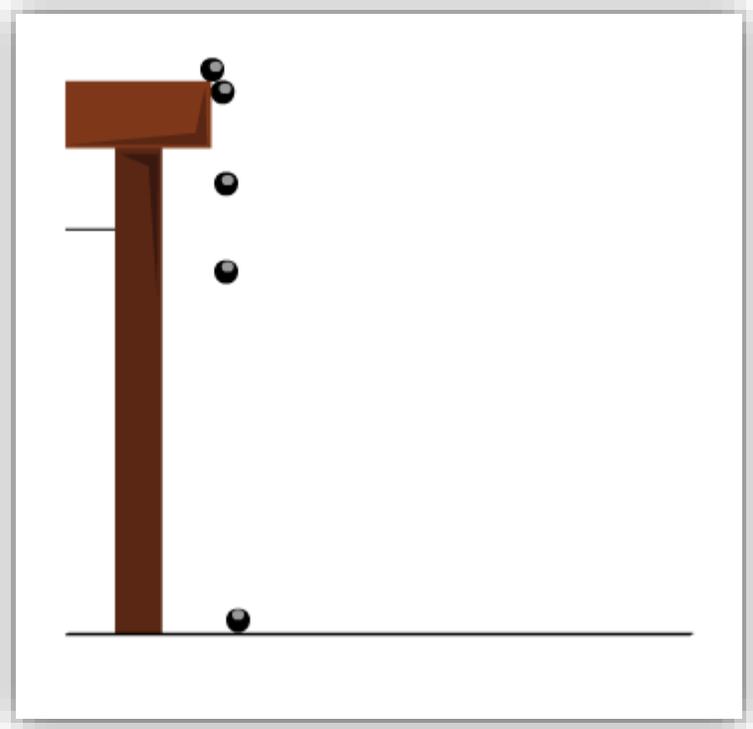
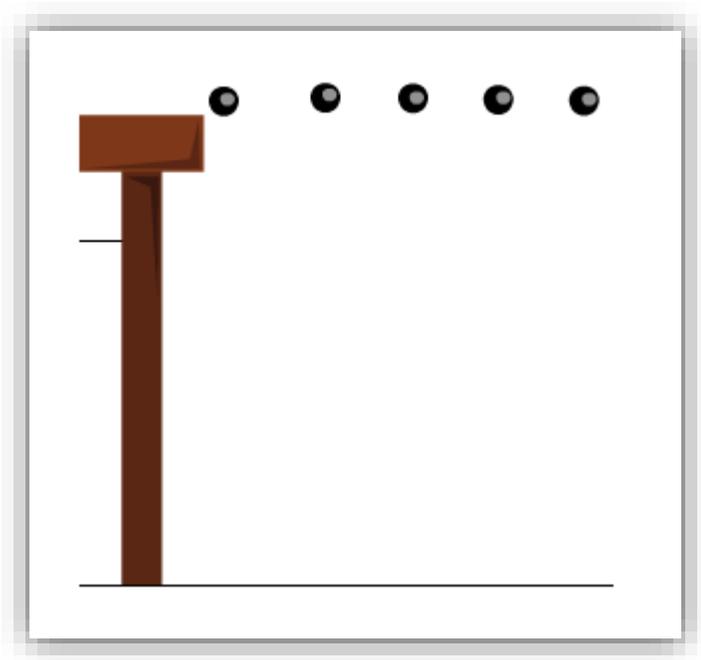


El componente "x" de la fuerza que actúa sobre el proyectil es nula y la componente "y" es el peso del proyectil. Esto es, el componente horizontal de la aceleración es nulo, y el componente vertical hacia abajo, es igual al de un cuerpo que cae libremente. Puesto que la aceleración nula significa velocidad constante, el movimiento puede definirse como una combinación de movimiento horizontal con velocidad constante y movimiento vertical con aceleración constante.

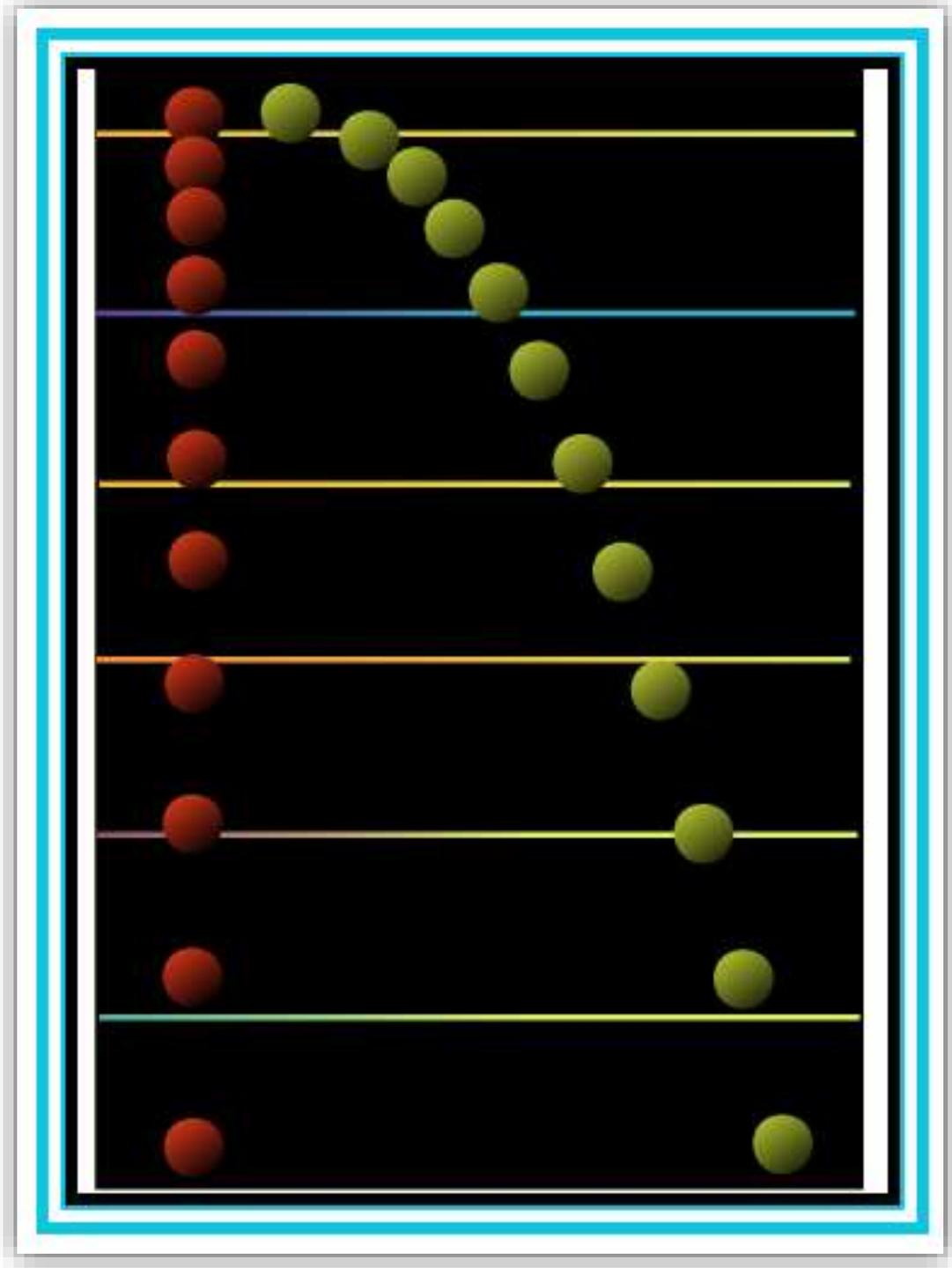
Estos dos movimientos hacen que el movimiento resultante sea de trayectoria parabólica. Dichos movimientos son completamente independientes uno del otro.

### Considerando un proyectil sencillo

El componente horizontal del movimiento de un proyectil es igual al movimiento horizontal de una pelota que rueda libremente sobre la superficie plana de la mesa. Si se puede despreciar el efecto de la fricción, la bola se mueve a velocidad constante, recorriendo distancias iguales en intervalos de tiempos iguales.



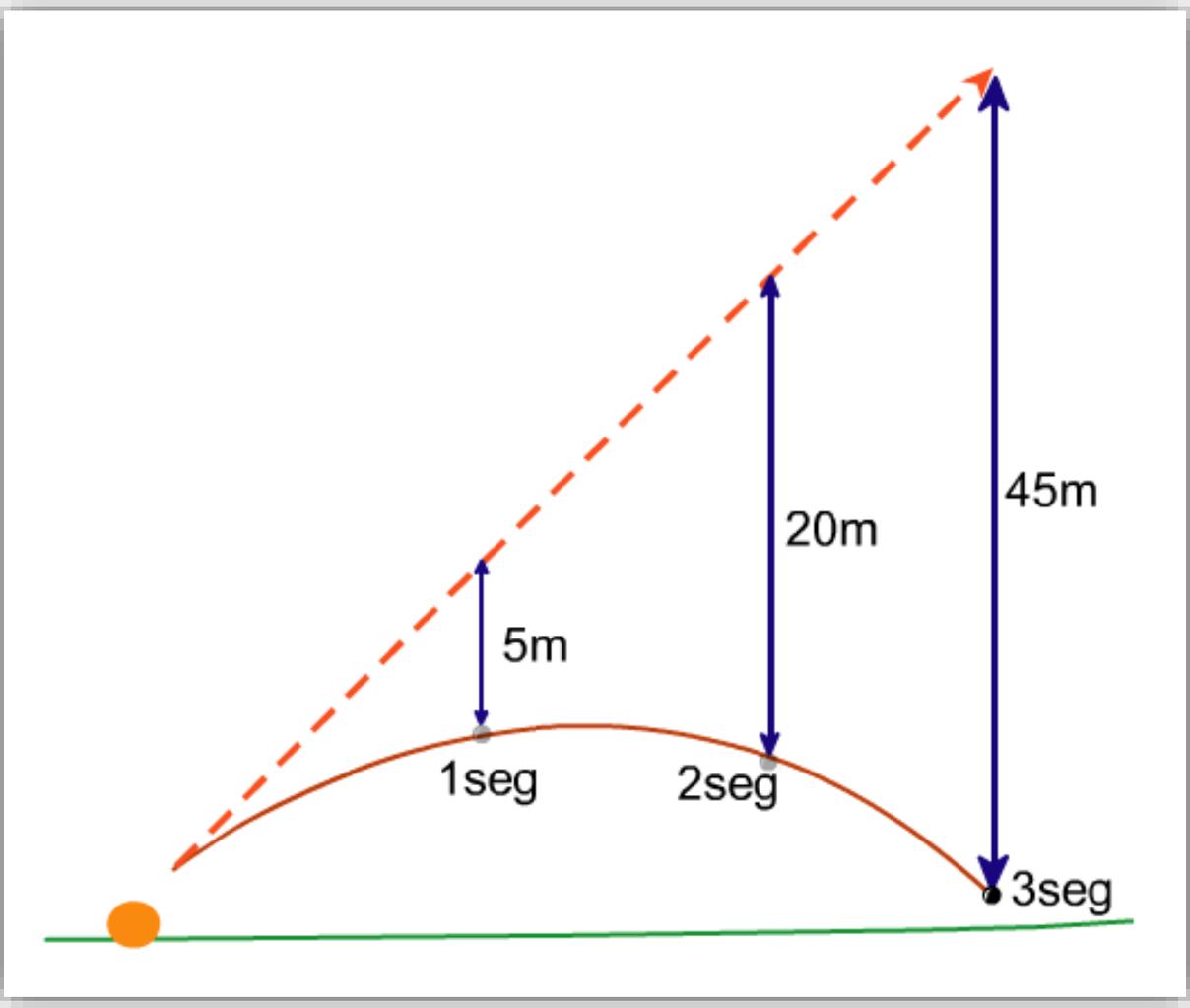
El componente vertical del movimiento de un proyectil que describe una trayectoria curva es exactamente igual que el movimiento de un objeto en caída libre. El movimiento del proyectil de una pelota que se deja caer, tiene una componente vertical en la dirección de la gravedad terrestre, el proyectil se acelera hacia abajo.



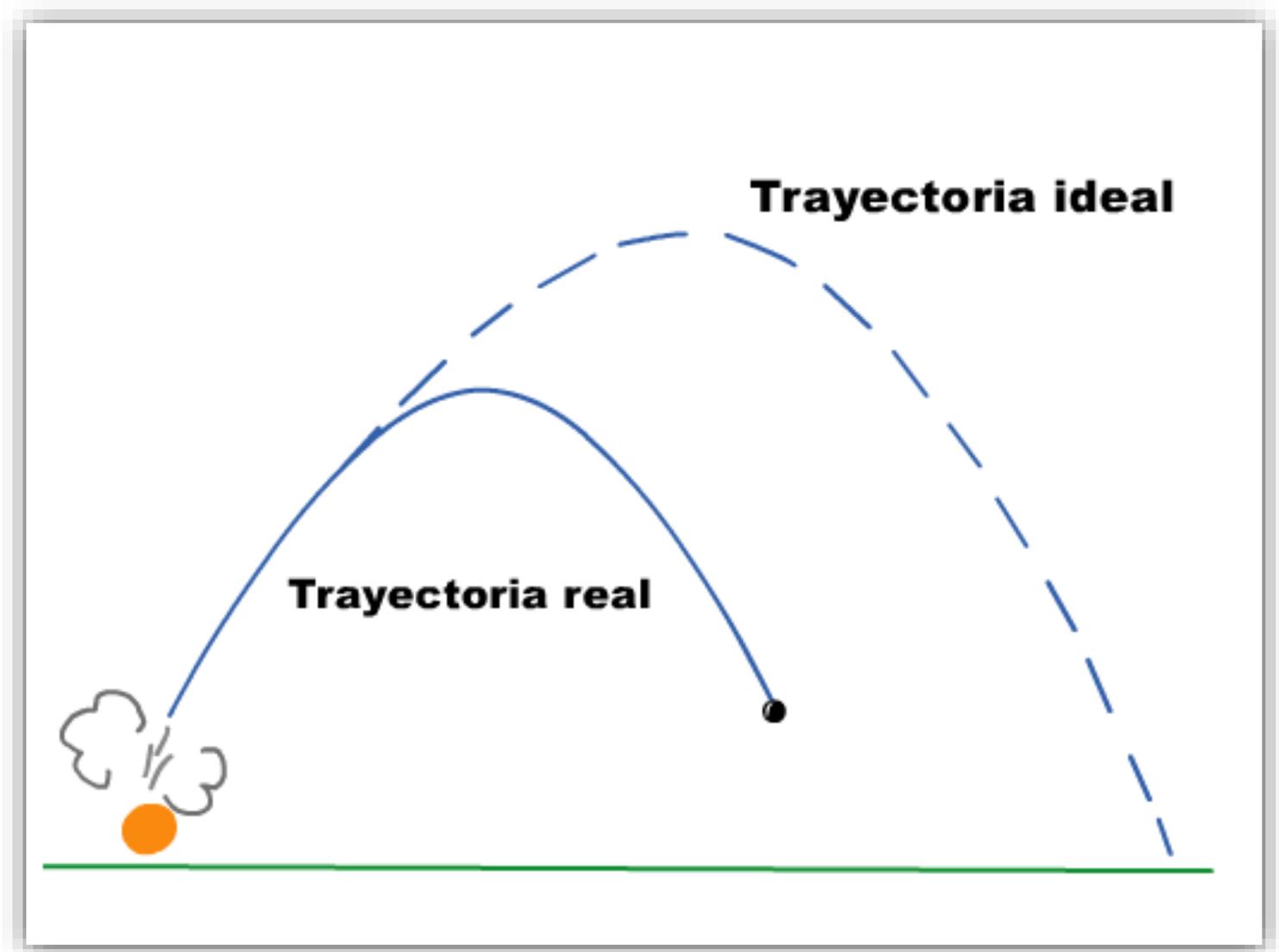
El aumento de la rapidez en la dirección vertical hace que el objeto recorra distancias cada vez mayores a intervalos de tiempos iguales. Es interesante notar que el componente horizontal del movimiento de un proyectil es totalmente independiente del componente vertical. Cada uno de ellos actúa de manera independiente. Sus efectos combinados producen toda la gama de trayectorias curvas que describen los proyectiles.

### Algunas consideraciones a tomar en cuenta

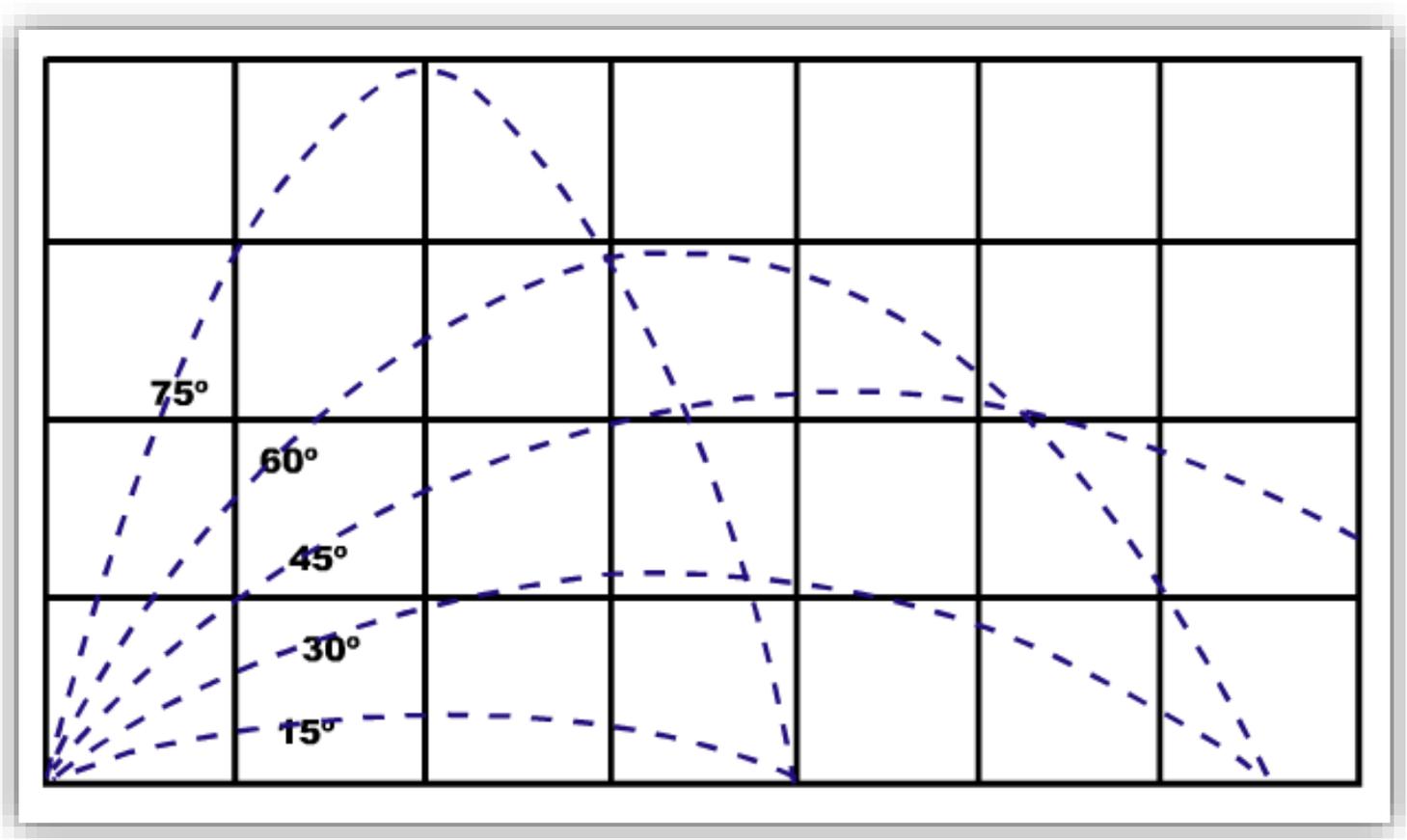
- ❖ Considerando que una bala de cañón se dispara con determinado ángulo de elevación y suponiendo por un momento que no hay gravedad; entonces a causa de la inercia, la bala de cañón seguirá la trayectoria rectilínea representada por la línea. Pero la gravedad existe, por lo que esto no sucede. Lo que realmente ocurre es que la bala cae continuamente por debajo de la línea imaginaria, hasta que por último llega al suelo.



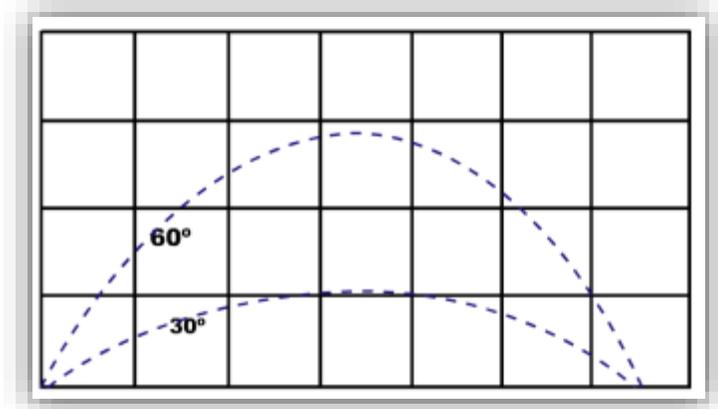
- ❖ Si se desprecian los efectos de la resistencia del aire, cualquier objeto que se lanza en este medio describirá una trayectoria parabólica. No obstante en situaciones prácticas la resistencia del aire puede considerarse despreciable sólo en el caso de objetos que se mueven lentamente y que posean altas densidades. Como una roca o una esfera sólida. Los proyectiles de alta-velocidad, como balas de rifles o cañón, son frenados en forma continua por la resistencia del aire y su trayectoria es diferente de una parábola perfecta.



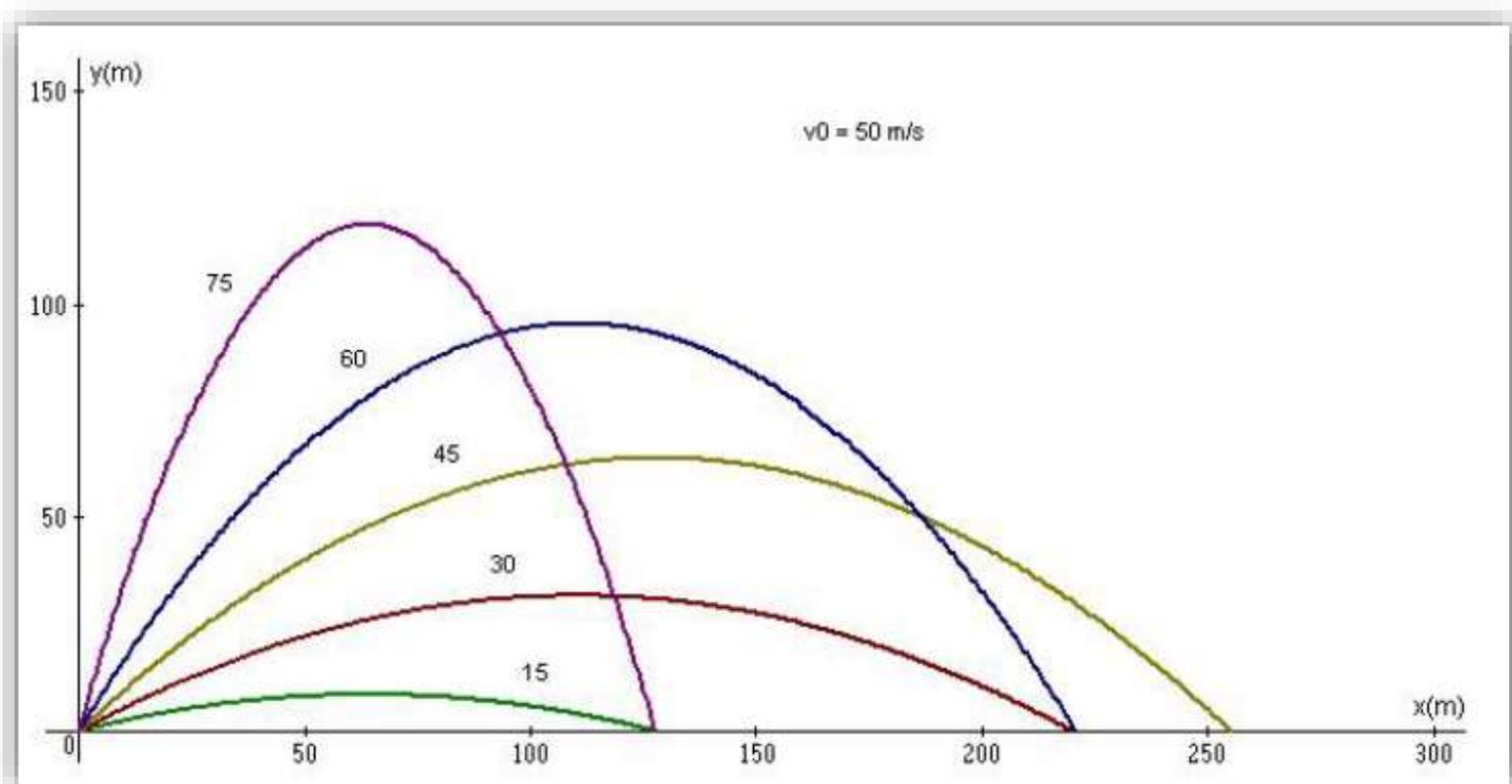
- ❖ La altura vertical y el alcance horizontal de un proyectil dependen de su velocidad inicial y su ángulo de proyección.
- ❖ Se obtiene la altura máxima cuando la proyección es vertical hacia arriba  $90^\circ$
- ❖ Se obtiene distancia horizontal máxima cuando el ángulo de proyección es de  $45^\circ$ .



- ❖ Se puede obtener la misma distancia horizontal, o alcance para dos ángulos de proyección diferentes. Esto es verdad para todos los pares de ángulos que suman  $90^\circ$ .

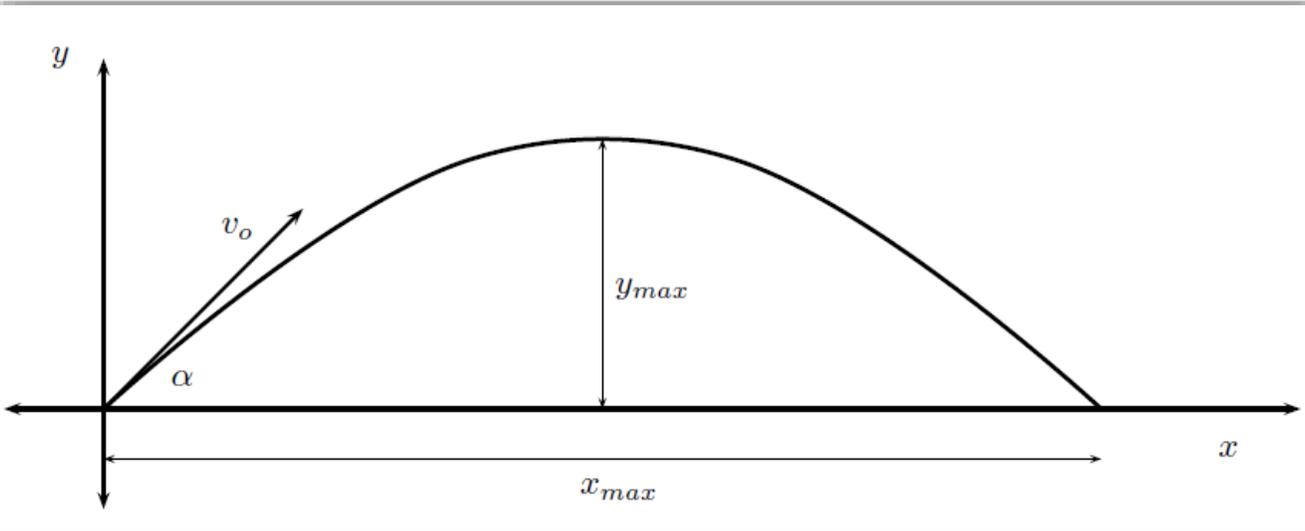


- ❖ Un objeto lanzado al aire a un ángulo de  $30^\circ$ , por ejemplo, tocará tierra tan lejos como si hubiera sido lanzado a la misma velocidad a un ángulo de  $60^\circ$ . Sin embargo, el objeto lanzado a mayor ángulo permanece en el aire más tiempo.



## Definición de fórmulas involucradas en el movimiento de proyectiles

Al suponer que el proyectil parte del origen con una velocidad inicial " $v_0$ " que forma un ángulo " $\alpha$ " con la horizontal y alcanza una distancia " $x$ ", denominando a la altura máxima  $y_{max}$  y a la distancia máxima  $x_{max}$ , se tiene:



Se puede definir las relaciones:

### ➤ Velocidad

La velocidad del proyectil en cualquier momento es igual a:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

### ➤ Angulo de la velocidad

El ángulo de la velocidad respecto a la horizontal está dado por:

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{v_y}{v_x} \right)$$

➤ **Altura máxima**

La altura máxima ocurre cuando la velocidad vertical es 0 (cero), teniendo la relación

$$y_{max} = \frac{v_0^2 (\sin \alpha)^2}{2g}$$

➤ **Tiempo de subida**

Que tarda el proyectil en ascender desde el punto inicial al punto más alto del movimiento

$$t_{yMax} = \frac{v_0 * \sin \alpha}{g}$$

➤ **Alcance**

La distancia sobre el suelo comprendida entre el punto de partida y el punto de llegada se denomina alcance, definida por:

$$x_{Max} = \frac{v_0^2 * \sin 2\alpha}{g}$$

➤ **Tiempo de vuelo**

Es el tiempo del proyectil entre el punto de partida y el punto de llegada sobre el suelo, es decir, sobre el eje "x", definido por:

$$t_{xMax} = \frac{2v_0 * \sin \alpha}{g}$$

**Glosario:**

**Alcance:** Es la capacidad de cubrir una distancia o de alcanzar algo.

**Movimiento:** Es el cambio continuo de la posición de un objeto en el transcurso del tiempo.

**Proyectil:** Es cualquier cuerpo que se lanza o proyecta por medio de alguna fuerza y continúa en movimiento por inercia propia.

**Trayectoria:** El camino que recorre un cuerpo que se mueve; Algunas trayectorias tienen formas geométricas, curvas o irregulares.

**Velocidad Final:** Un objeto siempre que ha descrito un movimiento, llega al final del mismo y se detiene, cuando se ha detenido la velocidad nuevamente es cero,

**Velocidad Inicial:** Se da en el momento en que el movimiento inicia. Si inicia del reposo la velocidad inicial es cero y en caso contrario tendrá una magnitud.

### **Referencias Bibliográficas:**

[http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:dCrS7xvvaHMJ:www.proyectosalohogar.com/Enciclopedia\\_Ilustrada/Ciencias/Movimiento\\_Proyectiles.htm+movimiento+de+proyectiles&cd=5&hl=es-419&ct=clnk&gl=gt](http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:dCrS7xvvaHMJ:www.proyectosalohogar.com/Enciclopedia_Ilustrada/Ciencias/Movimiento_Proyectiles.htm+movimiento+de+proyectiles&cd=5&hl=es-419&ct=clnk&gl=gt)

<http://www.aulafacil.com/curso-fisica-movimiento/curso/Lecc-8.htm>.

<https://sites.google.com/site/monikdw25/glosario>