

# Movimiento de proyectiles

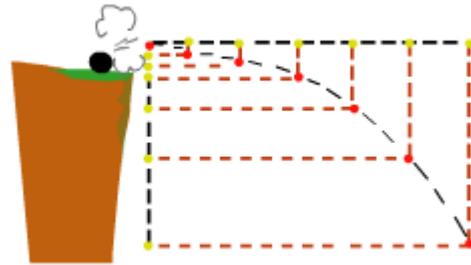
¿Qué es un proyectil?

Análisis del movimiento de proyectiles

Lanzamiento horizontal

Lanzamiento inclinado

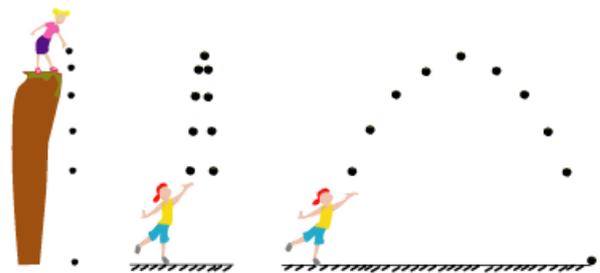
Cualquier objeto que sea lanzado en el aire con una velocidad inicial  $\vec{v}_0$  de dirección arbitraria, se mueve describiendo una trayectoria curva en un plano. Un proyectil es un objeto al cual se ha comunicado una velocidad inicial y se ha dejado en libertad para que realice un movimiento bajo la acción de la gravedad. Los proyectiles que están cerca de la Tierra siguen una trayectoria curva muy simple que se conoce como parábola. Para describir el movimiento es útil separarlo en sus componentes horizontal y vertical.



Por eso es importante explicar el movimiento de un proyectil como resultado de la superposición de un movimiento rectilíneo uniforme y uno uniformemente variado, estableciendo las ecuaciones de la curva representativa, tiempo de vuelo, tiempo máximo, altura máxima, alcance máximo, velocidad y coordenadas de posición en el plano.

¿Qué es un proyectil?

El movimiento de un proyectil es un ejemplo clásico del movimiento en dos dimensiones con aceleración constante. Un proyectil es cualquier cuerpo que se lanza o proyecta por medio de alguna fuerza y continúa en movimiento por inercia propia. Un proyectil es un objeto sobre el cual la única fuerza que actúa es la aceleración de la gravedad. La gravedad actúa para influenciar el movimiento vertical del proyectil. El movimiento horizontal del proyectil es el resultado de la tendencia de cualquier objeto a permanecer en movimiento a velocidad constante.

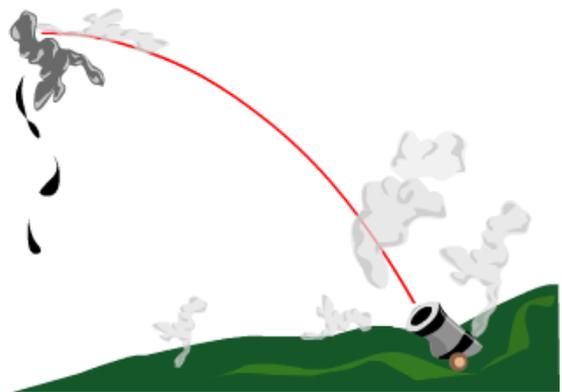


El término proyectil se aplica por ejemplo a una bala disparada por un arma de fuego, a un cohete después de consumir su combustible, a un objeto lanzado desde un avión o en muchas actividades deportivas (golf, tenis, fútbol, béisbol, atletismo etc.). Los fuegos artificiales y las fuentes del agua son ejemplos del movimiento de proyectiles. El camino seguido por un proyectil se denomina trayectoria. El estudio del movimiento de proyectiles es complejo debido a la influencia de la resistencia del aire, la rotación de la Tierra, variación en la aceleración de la gravedad.

La ciencia encargada de hacer el estudio del movimiento de los proyectiles se llama balística.

### Experiencia de Galileo Galilei

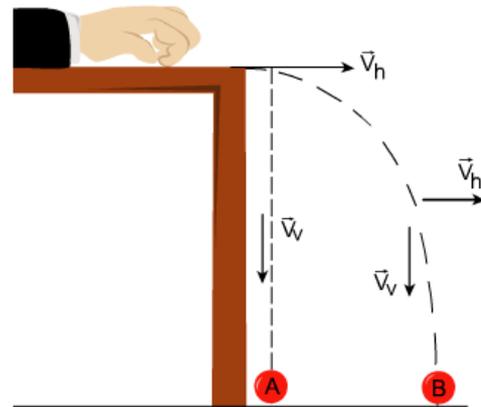
El hombre conocía las trayectorias parabólicas aunque no las denominaba así y experimentaba con tiros parabólicos (Por ejemplo, recuerde las destrezas de David frente a Goliat). Galileo fue el primero que dio una descripción moderna y cualitativa del movimiento de proyectiles dando las bases para su conocimiento y demostró que la trayectoria de cualquier proyectil es una parábola.



Galileo realizó un experimento con dos objetos: impulsó uno horizontalmente desde una mesa y dejó caer otro cuerpo desde el borde verticalmente. Al dejar caer un cuerpo A verticalmente  $\vec{v}_{0A} = 0$  y lanzando horizontalmente en el mismo instante un objeto B con una velocidad horizontal ( $\vec{v}$ ), Galileo Galilei comprobó que ambos caen al mismo tiempo; es decir tardan lo mismo en llegar al suelo.

El objeto A, en Caída libre tiene solamente la velocidad vertical en un instante t y posee una aceleración que es la de gravedad, luego está dotado de un movimiento uniformemente acelerado. El objeto B está animado en ese instante t de dos movimientos y como consecuencia de dos velocidades perpendiculares: la velocidad vertical de caída y la velocidad horizontal debido al impulso de lanzamiento.

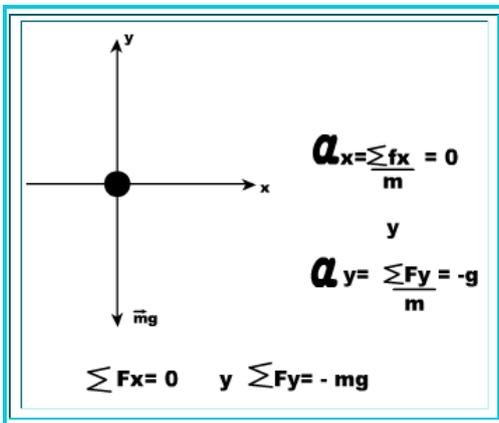
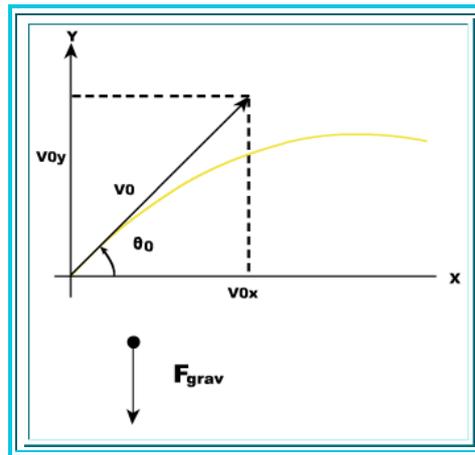
Como los objetos A y B tardan lo mismo en caer, Galileo concluyó que la velocidad horizontal debido al movimiento uniforme, ya que el cuerpo no posee aceleración, no influye en el movimiento de caída del cuerpo B, o sea, que las velocidades  $\vec{v}_h$  y  $\vec{v}_v$  actúan simultáneamente sobre B, pero en forma independiente la una de otra. Quiere decir que el cuerpo B se mueve como consecuencia de la acción de dos movimientos: uno uniformemente acelerado (vertical), con una aceleración igual a la de gravedad ( $\vec{g}$ ) y otro uniforme (horizontal), con aceleración igual a cero.



El principio de superposición de movimientos: "Si el movimiento de un cuerpo es el resultado de otros dos movimientos simultáneos, la posición que ocupa al cabo de un tiempo t es la misma que ocuparía si ambos movimientos se hubiesen cumplido sucesiva e independientemente uno de otro y cada uno de ellos durante el mismo tiempo t".

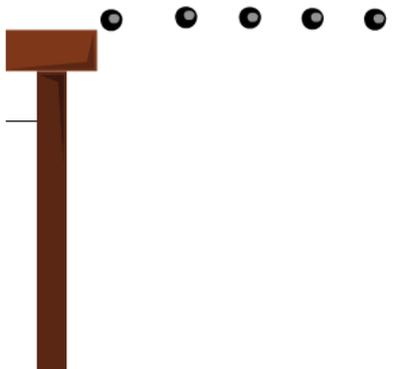
## Análisis del movimiento de proyectiles

Se examina sólo trayectorias suficientemente cortas para que la fuerza gravitacional se pueda considerar constante en magnitud y dirección. También hay que analizar no tener en cuenta los efectos de la resistencia del aire; Estas hipótesis simplificadas constituyen la base de un modelo idealizado del problema físico. Como, en este caso idealizado, la única fuerza que actúa sobre el proyectil es su peso considerado constante en magnitud y dirección, es mejor referir el movimiento a un sistema de ejes coordenadas rectangulares. Se toma el eje x horizontal y el eje y verticalmente hacia arriba.



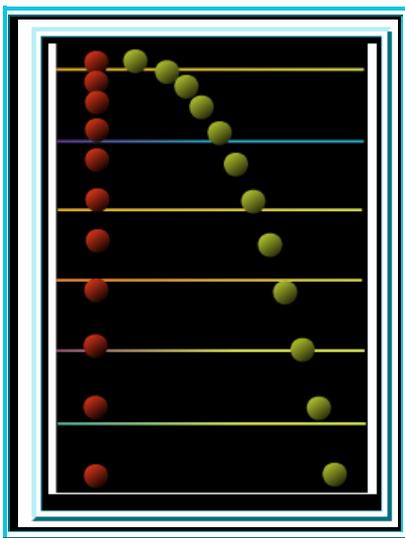
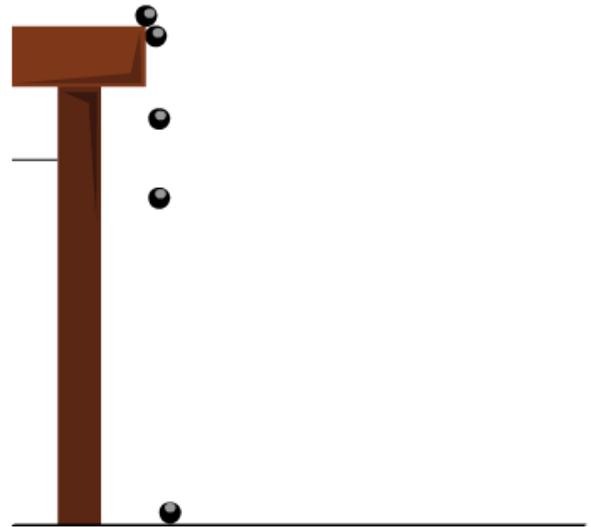
La componente x de la fuerza que actúa sobre el proyectil es nula y la componente y es el peso del proyectil  $-mg$ . Esto es, la componente horizontal de la aceleración es nula, y la componente vertical hacia abajo, es igual a la de un cuerpo que cae libremente. Puesto que la aceleración nula significa velocidad constante, el movimiento puede definirse como una combinación de movimiento horizontal con velocidad constante y movimiento vertical con aceleración constante.

Estos dos movimientos hacen que el movimiento resultante sea de trayectoria parabólica. Dichos movimientos son completamente independientes uno del otro.



Considérese un proyectil sencillo. La componente horizontal del movimiento de un proyectil es igual al movimiento horizontal de una pelota que rueda libremente sobre la superficie plana de la mesa. Si podemos despreciar el efecto de la fricción, la bola se mueve a velocidad constante, recorriendo distancias iguales en intervalos de tiempos iguales.

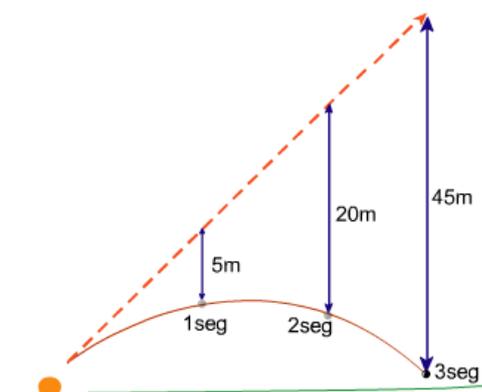
La componente vertical del movimiento de un proyectil que describe una trayectoria curva es exactamente igual que el movimiento de un objeto en caída libre. El movimiento del proyectil de una pelota que se deja caer, tiene una componente vertical en la dirección de la gravedad terrestre, el proyectil se acelera hacia abajo. El aumento de la rapidez en la dirección vertical hace que el objeto recorra distancias cada vez mayores a intervalos de tiempos iguales. Es interesante notar que la componente horizontal del movimiento de un proyectil es totalmente independiente de la componente vertical. Cada una de ellas actúa de manera independiente. Sus efectos combinados producen toda la gama de trayectorias curvas que describen los proyectiles.

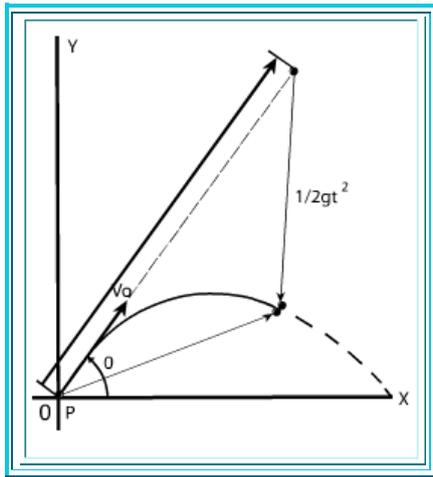


Una Fotografía real con luz estroboscópica de dos pelotas de golf que caen simultáneamente, una libremente y la otra que se lanza en forma horizontal revela que el movimiento curvilíneo de la pelota es una combinación de los movimientos horizontal y vertical.

### Más consideraciones del Movimiento de Projectiles

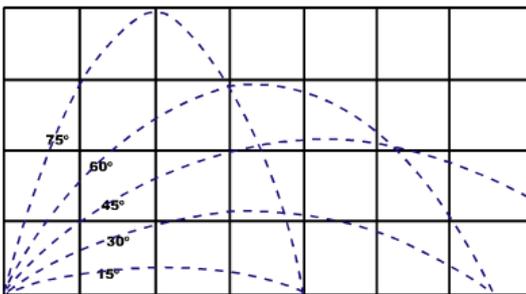
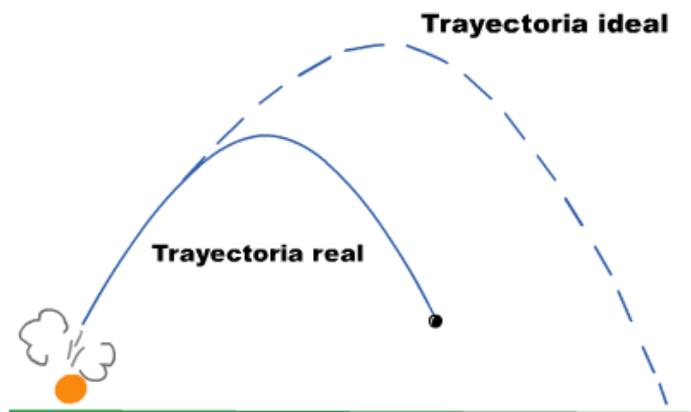
Considérese una bala de cañón que se dispara con determinado ángulo de elevación. Suponga por un momento que no hay gravedad; entonces a causa de la inercia, la bala de cañón seguirá la trayectoria rectilínea representada por la línea discontinua. Pero la gravedad existe, por lo que esto no sucede. Lo que realidad ocurre es que la bala cae continuamente por debajo de la línea imaginaria, hasta que por último llega al suelo.





Es importante notar que la distancia vertical que un objeto cae por debajo de cualquier punto de la línea discontinua es la misma distancia vertical que caería si se soltara desde el reposo en el mismo tiempo.

Si se desprecian los efectos de la resistencia del aire, cualquier objeto que se lanza en este medio describirá una trayectoria parabólica. No obstante en situaciones prácticas la resistencia del aire puede considerarse despreciable sólo en el caso de objetos que se mueven lentamente y que posean altas densidades. Como una roca o una esfera sólida. Los proyectiles de alta-velocidad, como balas de rifles o cañón, son frenados en forma continua por la resistencia del aire y su trayectoria difiere de una parábola.



La altura vertical y el alcance horizontal de un proyectil dependen de su velocidad inicial y su ángulo de proyección. Se obtiene la altura máxima cuando la proyección es vertical hacia arriba  $90^\circ$  y la distancia horizontal máxima cuando el ángulo de proyección es de  $45^\circ$ .

Se puede obtener la misma distancia horizontal, o alcance para dos ángulos de proyección diferentes. Esto es verdad para todos los pares de ángulos que suman  $90^\circ$ .

Un objeto lanzado al aire a un ángulo de  $30^\circ$ , por ejemplo, tocará tierra tan lejos como si hubiera sido lanzado a la misma velocidad a un ángulo de  $60^\circ$ . Sin embargo, es obvio que el objeto lanzado a mayor ángulo permanece en el aire más tiempo.

