



T-1

Múltiplos y divisores

¡Prepárese para un nuevo reto!

1) Responda las preguntas.

1) ¿Cuáles son los múltiplos de 6?

2, 4, 6, 8, 12, 15, 18, 24, 30, 63

2) ¿Cuáles son los múltiplos comunes de 2 y 3?

2, 4, 6, 8, 12, 15, 18, 24, 36, 63

3) ¿Cuál es el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de 2 y 3?

2) Responda.

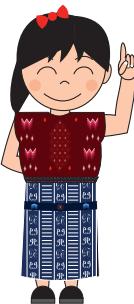
1) ¿Cuáles son los divisores de 12?

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 15,

2) ¿Cuáles son los divisores comunes de 6 y 12?

3) ¿Cuál es el máximo común divisor (M.C.D.) de 6 y 12?

En esta clase aprenderá otra forma para encontrar el m.c.m. y M.C.D. de los números.





Lea y recuerde.

Los múltiplos de 2 son: 2, 4, 6, 8, 10...



Los múltiplos de un número se obtienen si se multiplica por 1, 2, 3, 4, 5...

**A** Encuentre los primeros 10 múltiplos de cada número para completar el cuadro.

| | Múltiplos | | | | | | | | |
|---|-----------|---|---|--|--|--|--|--|--|
| 3 | 3 | 6 | 9 | | | | | | |
| 4 | 4 | 8 | | | | | | | |
| 6 | 6 | | | | | | | | |

Responda.

- 1) ¿Cuáles son los múltiplos comunes de 3, 4 y 6?
- 2) ¿Cuál es el menor de los múltiplos comunes de 3, 4 y 6?
- 3) ¿Cómo se llama el menor de los múltiplos comunes?

El menor de los múltiplos comunes se llama **mínimo común múltiplo** y su abreviatura es **m.c.m.****B** Responda.

¿Recuerda cómo se puede encontrar el mínimo común múltiplo de 8 y 12?

paso 1: Escribir los múltiplos de cada número.

paso 2: Encontrar los múltiplos comunes.

paso 3: Encontrar el menor de los múltiplos comunes.

Al observar los múltiplos comunes, están de doble, triple... del m.c.m.

8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72

12: 12, 24, 36, 48, 60, 72

**1** Encuentre el m.c.m. de dos o tres números.

- 1) 6 y 9
- 2) 6 y 8
- 3) 3 y 6
- 4) 5 y 10
- 5) 5 y 7
- 6) 3, 6 y 9
- 7) 3, 6 y 12
- 8) 6, 8 y 12
- 9) 3, 5 y 15
- 10) 2, 3 y 9

Aunque hay tres números, los pasos a seguir son iguales con el caso de dos números.



Encuentre el m.c.m. de tres números.

- 1) 2, 4 y 6
- 2) 4, 8 y 12
- 3) 5, 8 y 20

**A** Lea y recuerde.

Los divisores de 6
son: 1, 2, 3, 6



Los divisores de un número
se obtienen por divisiones.

Responda.

¿Cuáles son los divisores de 12?

Observe.

$$12 \div 1 = 12 \rightarrow \text{Divisores: 1 y 12}$$

$$12 \div 2 = 6 \rightarrow \text{Divisores: 2 y 6}$$

$$12 \div 4 = 3 \rightarrow \text{Divisores: 3 y 4}$$

Los divisores de 12 son:
1, 2, 3, 4, 6 y 12

El cociente también puede ser divisor.

En el cuadro se muestra los divisores
de 18, 24 y 30. Complete el cuadro
hasta donde es posible.

| | Divisores | | | | | |
|----|-----------|---|---|--|--|----|
| 18 | 1 | 2 | 3 | | | 18 |
| 24 | 1 | 2 | | | | 24 |
| 30 | 1 | 2 | | | | 30 |

Responda.

1) ¿Cuáles son los divisores comunes de 18, 24 y 30?

2) ¿Cuál es el mayor de los divisores comunes de 18, 24 y 30?

3) ¿Cómo se llama el mayor de los divisores comunes?

El mayor de los divisores comunes se llama **máximo común divisor** y su
abreviatura es M.C.D.

B Responda.

¿Recuerda cómo se puede encontrar el máximo común divisor de 8 y 12?

paso 1: Escribir los divisores de cada número.

paso 2: Encontrar los divisores comunes.

paso 3: Encontrar el mayor de los divisores comunes.

$$\begin{array}{l}
 8: 1, \textcolor{purple}{2}, \textcolor{purple}{4}, 8 \\
 12: 1, \textcolor{purple}{2}, 3, \textcolor{purple}{4}, 6, 12
 \end{array}$$

1) Encuentre el M.C.D. de dos o tres números.

- 1) 6 y 9 2) 12 y 18 3) 18 y 36 4) 45 y 54 5) 24 y 36
 6) 14, 21 y 28 7) 4, 12 y 16 8) 16, 32 y 64 9) 6, 12 y 18 10) 10, 15 y 30

Encuentre el M.C.D. de tres números.

- 1) 3, 6 y 9 2) 4, 8 y 16 3) 5, 15 y 20



Los múltiplos de 6 son:
6, 12, 18, 24, 30, 36, 42...



Los divisores de 18 son:
1, 2, 3, 6, 9, 18.

A Observe cada pareja de números y responda.

- | | | | |
|-----------|---|-----------|---|
| 1) 5 y 15 | ¿Es 15 múltiplo de 5? ¿Es 5 divisor de 15? | 2) 3 y 9 | ¿Es 9 múltiplo de 3? ¿Es 3 divisor de 9? |
| 3) 4 y 20 | ¿Es 20 múltiplo de 4? ¿Es 4 divisor de 20? | 4) 5 y 12 | ¿Es 12 múltiplo de 5? ¿Es 5 divisor de 12? |

¿Qué descubre?

Si un número es múltiplo de otro número, ése es divisor del primero.
Por ejemplo: 12 es múltiplo de 6 y 6 es divisor de 12.

Verifique con 24 y 8.

B Observe otras parejas y responda.

- | | | | |
|----------|---|----------|---|
| 1) 1 y 4 | ¿Es 4 múltiplo de 1? ¿Es 1 divisor de 4? | 2) 1 y 7 | ¿Es 7 múltiplo de 1? ¿Es 1 divisor de 7? |
|----------|---|----------|---|

¿Qué descubre?

Cualquier número es múltiplo de 1 y 1 es divisor de cualquier número. Por ejemplo: 9 es múltiplo de 1 y 1 es divisor de 9.

Verifique con 8 y 1.

C Observe otras parejas y responda.

- | | | | |
|----------|---|----------|---|
| 1) 5 y 5 | ¿Es 5 múltiplo de 5? ¿Es 5 divisor de 5? | 2) 8 y 8 | ¿Es 8 múltiplo de 8? ¿Es 8 divisor de 8? |
|----------|---|----------|---|

¿Qué descubre?

Un número es tanto divisor como múltiplo de sí mismo.
Por ejemplo: 7 es múltiplo y divisor de 7.

Verifique con 12 y 12.

1 Complete y responda.

- 1) 4 es divisor de 20. Entonces, 20 es _____ de 4.
- 2) 8 es múltiplo de 2. Entonces, 2 es _____ de 8.
- 3) ¿Múltiplo de qué número es cualquier número?
- 4) ¿Cuál número es divisor de cualquier número?
- 5) ¿6 es múltiplo de 6? Explique el por qué.
- 6) ¿6 es divisor de 6? Explique el por qué.

Piense cuál regla está aplicando.



Responda.

- 1) ¿9 es múltiplo de 1? 2) ¿11 es divisor de 11? 3) ¿5 es divisor de 5?



ACopie la tabla y escriba todos los divisores de los números hasta 20. Después clasifique los números según la cantidad de divisores.

| Número | Divisores | Número | Divisores |
|--------|-----------|--------|-----------|
| 1 | | 11 | |
| 2 | | 12 | |
| 3 | | 13 | |
| 4 | | 14 | |
| 5 | | 15 | |
| 6 | | 16 | |
| 7 | | 17 | |
| 8 | | 18 | |
| 9 | | 19 | |
| 10 | | 20 | |

- 1) ¿Qué números tienen sólo dos divisores?
- 2) ¿Qué números tienen más de dos divisores?

Los números que tienen sólo dos divisores (el 1 y el mismo número) se llaman **números primos**. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19 son ejemplos de números primos.

Los números que tienen más de dos divisores se llaman **números compuestos**. 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20 son ejemplos de números compuestos.

- 3) Entonces, ¿Qué pasaría con el 1? ¿Es número primo o compuesto?

El 1 sólo tiene 1 como divisor. El 1 no es número primo ni compuesto.

Escriba si es primo o compuesto cada número de 22, 29 y 32.

- 1) Copie la tabla y escriba todos los divisores de los números. Después clasifique los números en primos y compuestos.

| Número | Divisores | Número | Divisores |
|--------|-----------|--------|-----------|
| 21 | | 31 | |
| 22 | | 32 | |
| 23 | | 33 | |
| 24 | | 34 | |
| 25 | | 35 | |
| 26 | | 36 | |
| 27 | | 37 | |
| 28 | | 38 | |
| 29 | | 39 | |
| 30 | | 40 | |

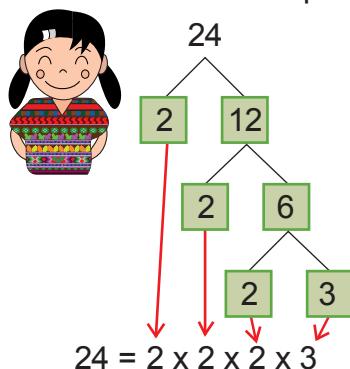
Los números primos son:

Los números compuestos son:

- 2) Clasifique los siguientes números en primos y compuestos.

5, 9, 21, 23, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 41, 47, 49 y 53

Escriba los números primos del 2 al 20.

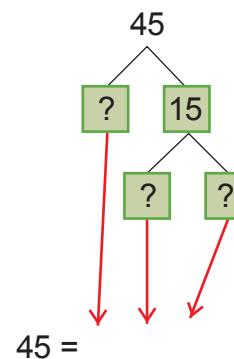
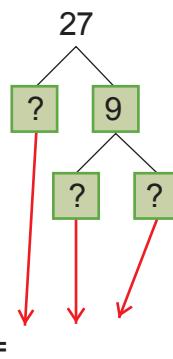
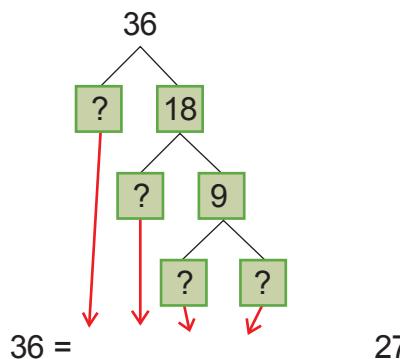
**A** Claudia descompone 24 en un producto de números primos.

El producto es el resultado de una multiplicación.



Observe los números que forman los factores de la multiplicación.
¿Ha sido representado 24 como un producto de números primos?

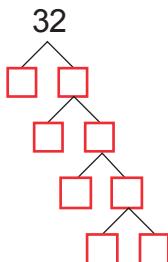
Cualquier número compuesto puede ser expresado como producto de números primos. A este procedimiento se le llama **descomposición en factores primos**.

B Descomponga en factores primos los números 36, 27 y 45.

Si busco $2 \times ?$,
 $3 \times ?$, $5 \times ?$
es fácil encontrar descomposición.



Para descomponer un número compuesto en factores primos es más fácil si inicia probando con los números primos menores.

1 Descomponga en factores primos los números 32, 48 y 49.

$$32 =$$

$$48 =$$

$$49 =$$

2 Descomponga en factores primos los siguientes números.

1) 12

2) 16

3) 20

4) 30

5) 35

6) 56

7) 50

8) 54

9) 64

10) 100

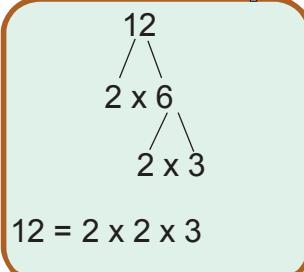
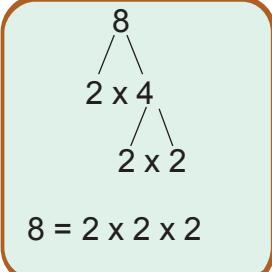
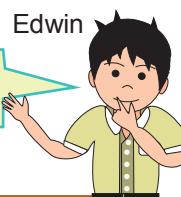
**A** Observe como encuentran Blanca y Edwin el M.C.D. de 8 y 12.

Divisores de 8: 1, 2, 4, 8

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

4 es el M.C.D. de 8 y 12.

Escribo la descomposición en factores primos de cada número.



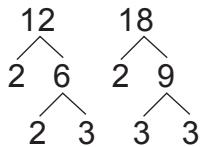
$$\begin{array}{r}
 8 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \\
 12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \\
 \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\
 2 \times 2 = 4
 \end{array}$$

El M.C.D. de dos números se puede encontrar descomponiéndolos en factores primos. Los factores comunes son los que cuentan para encontrar el M.C.D..

4 es el M.C.D. de 8 y 12.

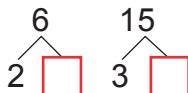
B Encuentre el M.C.D. de cada pareja de la misma manera que Edwin.

1) 12 y 18



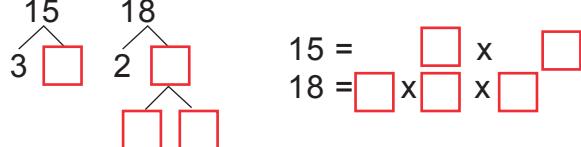
$$\begin{array}{l}
 12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \\
 18 = \boxed{2} \times 3 \times \boxed{3}
 \end{array}$$

2) 6 y 15



$$\begin{array}{l}
 6 = \\
 15 =
 \end{array}$$

3) 10 y 20

**1** Encuentre el M.C.D. de 15 y 18 de la misma manera que Edwin. $\boxed{1}$ es el M.C.D. de 15 y 18**2** Encuentre el M.C.D. de cada pareja de la misma manera que Edwin.

1) 12 y 15

2) 9 y 27

3) 8 y 20

4) 12 y 16

5) 15 y 25

6) 6 y 14

7) 7 y 14

8) 6 y 8

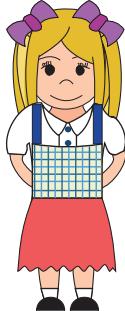
9) 5 y 15

10) 9 y 12



A Lea y observe cómo encuentran Victoria y Edwin el m.c.m. de 8 y 12.

Victoria



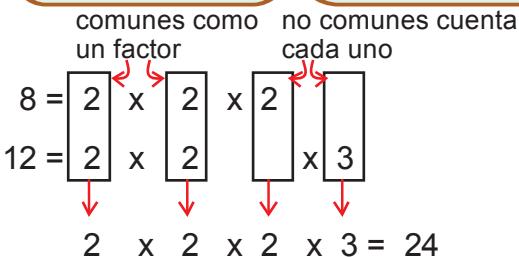
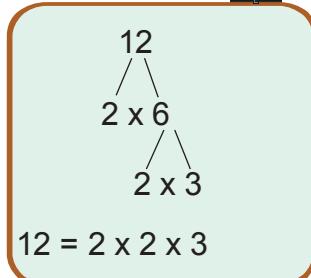
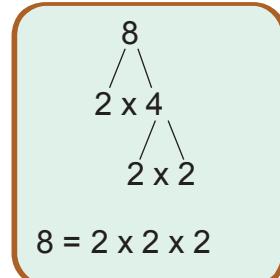
Múltiplos de 8: 8, 16, 24, 32, 40...

Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48...

24 es el m.c.m. de 8 y 12.

Escribo la descomposición en factores primos de 8 y 12.

Edwin

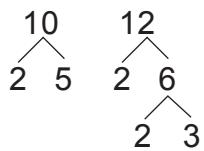


El m.c.m. de dos números se puede encontrar descomponiéndolos en factores primos. Los factores no comunes cuentan como factor y los comunes cuentan como un factor.

24 es el m.c.m. de 8 y 12.

B Encuentre el m.c.m. de cada pareja de la misma manera que Edwin.

1) 10 y 12

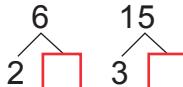


$10 = \boxed{2} \times \boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{5}$

$12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{}$

m.c.m. = $2 \times 2 \times 3 \times 5$

2) 6 y 15



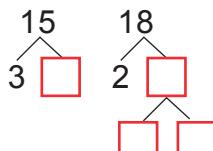
$6 = \boxed{} \times \boxed{}$

$15 = \boxed{} \times \boxed{}$

m.c.m. = $\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{}$

3) 10 y 20

1) Encuentre el m.c.m. de 15 y 18 de la misma manera que Edwin.



$15 = \boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{}$

$18 = \boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{}$

m.c.m. = $\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{}$

2) Encuentre el m.c.m. de cada pareja de la misma manera que Edwin.

1) 12 y 18

2) 9 y 27

3) 8 y 20

4) 12 y 16

5) 15 y 20

6) 6 y 15

7) 7 y 14

8) 6 y 8

9) 5 y 15

10) 9 y 12

Encuentre el m.c.m. por descomposición en factores primos.

1) 6 y 9

2) 15 y 30

3) 8 y 16



1) Responda las instrucciones en cuanto a cada grupo de números. (T1-1)

- a) 2, 3 y 4 b) 8, 12 y 16

- 1) Escriba 10 múltiplos de cada número de los grupos a) y b).
- 2) Escriba los múltiplos comunes de cada grupo a) y b).
- 3) Encuentre el m.c.m. de cada grupo a) y b).

2) Responda las instrucciones en cuanto a cada grupo de números. (T1-2)

- a) 18, 24 y 36 b) 16, 24 y 32

- 1) Escriba todos los divisores de cada número de los grupos a) y b).
- 2) Escriba los divisores comunes de cada grupo a) y b).
- 3) Encuentre el M.C.D. de cada grupo a) y b).

3) Complete la oración o responda la pregunta. (T1-3)

- 1) 6 es divisor de 18. Entonces, 18 es _____ de 6.
- 2) 12 es múltiplo de 4. Entonces, 4 es _____ de 12.
- 3) ¿8 es múltiplo de 8? Explique el por qué.

4) Clasifique los siguientes números en primos y compuestos. (T1-4)

- 4, 7, 9, 13, 21, 27, 32, 37, 39 y 41

5) Descomponga en factores primos los siguientes números. (T1-5)

- 1) 18 2) 40 3) 42 4) 60 5) 96

6) Encuentre el M.C.D. de cada pareja de números por descomposición en factores primos. (T1-6)

- 1) 12 y 18 2) 9 y 15 3) 16 y 20 4) 24 y 36

7) Encuentre el m.c.m. de cada pareja de números por descomposición en factores primos. (T1-7)

- 1) 6 y 8 2) 5 y 10 3) 6 y 15 4) 12 y 15



1 Clasifique los siguientes números en primos y compuestos. (T1-4)

2, 3, 6, 9, 11, 15, 19, 21, 29, 39

2 Descomponga en factores primos los siguientes números (T1-5)

1) 12

2) 14

3) 40

4) 24

5) 35

6) 75

7) 27

8) 81

9) 100

10) 36

3 Encuentre el máximo común divisor de cada pareja por descomposición en factores primos. (T1-6)

1) 12 y 20

2) 15 y 20

3) 18 y 24

4) 15 y 30

5) 10 y 20

6) 8 y 24

7) 20 y 30

8) 18 y 27

4 Encuentre el mínimo común múltiplo de cada pareja por descomposición en factores primos. (T1-7)

1) 6 y 4

2) 8 y 12

3) 6 y 8

4) 5 y 10

5) 9 y 18

6) 7 y 21

7) 12 y 18

8) 8 y 20

5 Resuelva los problemas. (T1-6 y T 1-7)

1) Hay dos sabores de dulces, 20 dulces de fresa y 24 dulces de piña. Se reparten en bolsas de tal manera que en cada bolsa haya la misma cantidad de cada sabor. ¿Cuál es la mayor cantidad de dulces en una bolsa?

2) Hay una cinta que tiene gradación en cada 8 cm y otra en cada 12 cm. ¿En cuántos cm coinciden la gradación por primera vez en ambas cintas?

Para encontrar el M.C.D. hay otra manera que se llama el algoritmo de Euclides. El proceso consiste en seguir dividiendo al divisor entre residuo. Es muy útil cuando los números son grandes.

Ejemplo 1:

Encontrar el M.C.D. de 11,011 y 1,547

Paso 1: $11,011 \div 1,547 = 7$ residuo 182

Paso 2: $1,547 \div 182 = 8$ residuo 91

Paso 3: $182 \div 91 = 2$ residuo 0

Ejemplo 2:

Encontrar el M.C.D. de 391 y 323

Paso 1: $391 \div 323 = 1$ residuo 68

Paso 2: $323 \div 68 = 4$ residuo 51

Paso 3: $68 \div 51 = 1$ residuo 17

Paso 4: $51 \div 17 = 3$ residuo 0

Entonces, el M.C.D. de 11,011 y 1,547 es 91. Entonces, el M.C.D. de 391 y 323 es 17.