

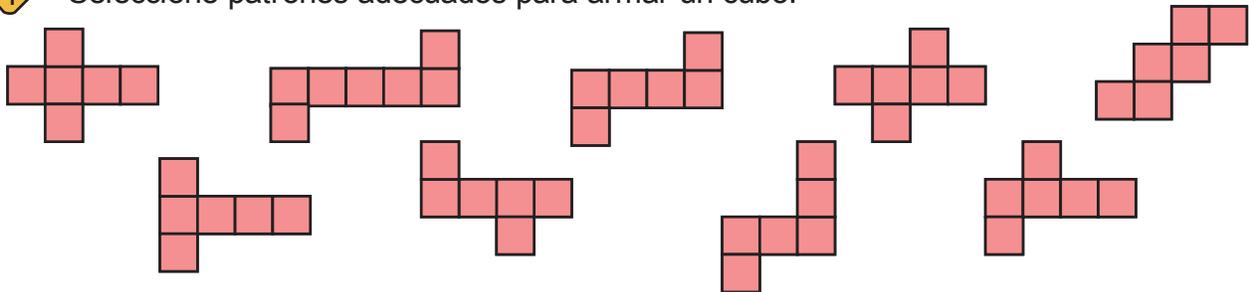


T-11

Construcción, área y volumen de sólidos

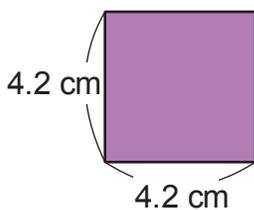
¡Prepárese para un nuevo reto!

1 Seleccione patrones adecuados para armar un cubo.

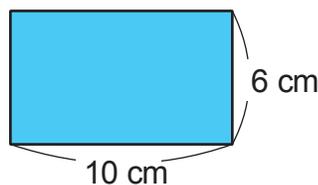


2 Calcule el área de cada figura.

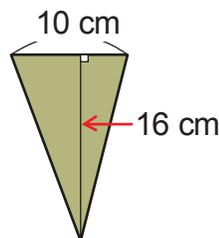
1)



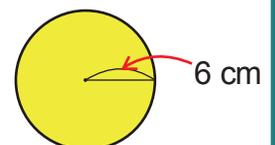
2)



3)

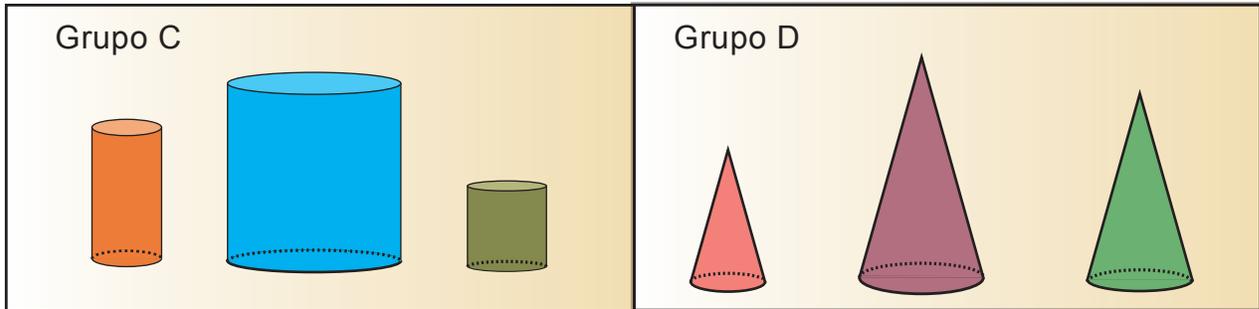


4)





A Observe cómo están clasificados los sólidos geométricos.



Responda.

- 1) ¿En qué se parecen los sólidos geométricos de los grupos C y D?
- 2) ¿En qué se diferencian los sólidos geométricos del grupo C en comparación con los del grupo D?

Los sólidos de ambos grupos, tienen círculos como base, pero el número de bases es diferente.

Los sólidos del grupo C se llaman **cilindros**.

Los sólidos del grupo D se llaman **conos**.

Lea y aprenda.

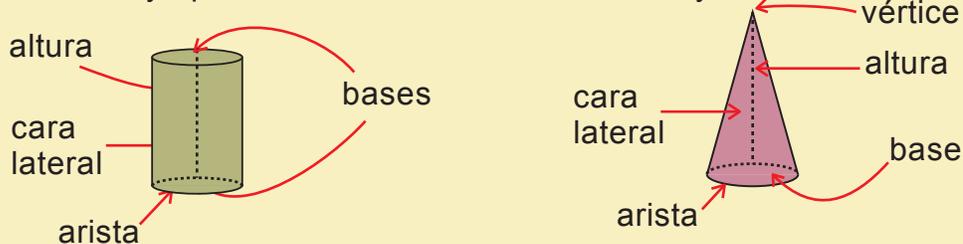
Recuerde que en un sólido, la cara sobre la que se asienta se llama base y la cara de alrededor se llama cara lateral.

La longitud del segmento perpendicular a las bases del cilindro se llama altura.

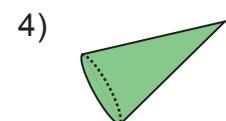
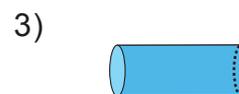
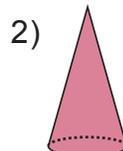
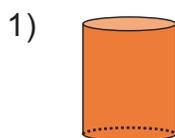
En caso del cono, la altura se encuentra en la longitud del segmento perpendicular, trazada desde el vértice a la base.

La cara lateral de un cilindro y un cono, es una superficie curva.

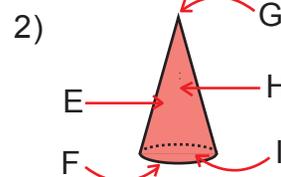
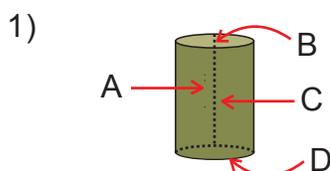
Recuerde y aprenda los elementos del cilindro y cono.



1 Escriba el nombre de cada sólido.



2 Escriba el nombre de los elementos indicados en cada sólido.



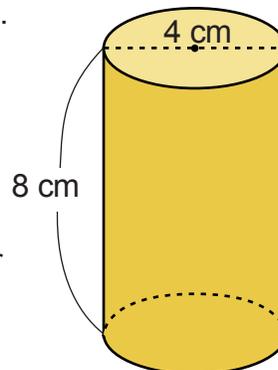
Calcule la longitud de circunferencia de un círculo cuyo diámetro es de 10 cm.



A Construya un cilindro como el que está a la derecha.

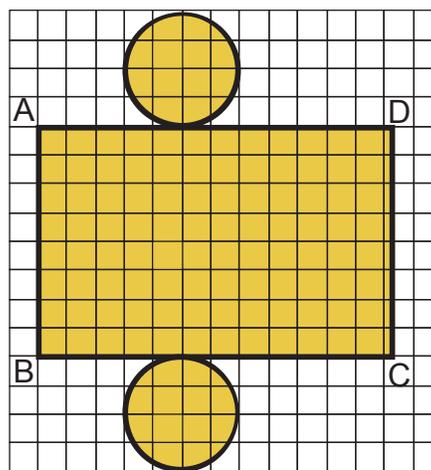
Piense cómo será el patrón de este cilindro.

- 1) ¿Qué figura geométrica tendrán las bases?
- 2) ¿Qué figura geométrica tendrá la cara lateral, cuando se abre el cilindro?
- 3) ¿En qué parte de la cara lateral tienen que estar las bases?



Observe el patrón del cilindro y responda.

- 1) ¿Con qué longitud de la base coincide el lado AD?
- 2) ¿Cuánto mide el lado AD?
- 3) ¿Con qué lado coincide la altura? ¿Cuánto mide?



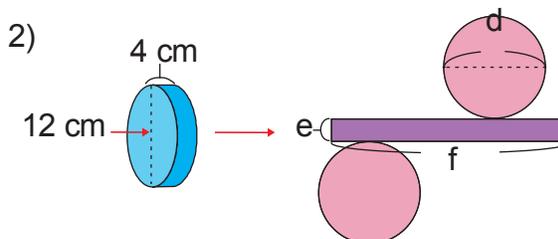
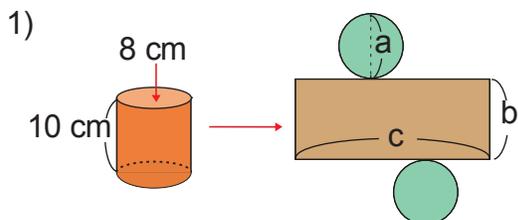
En un cilindro, el largo del rectángulo que forma la cara lateral, tiene la misma longitud que la circunferencia del círculo que forma cada base. La altura del cilindro coincide con el lado AB del rectángulo que forma la cara lateral.

Entonces, la longitud del lado AD se calcula de la siguiente manera:
 longitud del lado AD = $3.14 \times 4 = 12.56$
 El lado AB mide 8 cm

Recuerde:
 circunferencia = $3.14 \times \text{diámetro}$

Dibuje el patrón del cilindro en una hoja cuadrículada. Después péguelo en una hoja de papel construcción y ármelo.

1 Encuentre la longitud de cada parte indicada, en los siguientes patrones.



2 Elabore el patrón de un cilindro cuya altura es de 6 cm y el diámetro de cada base es 5 cm. Después arme el cilindro.

Calcule el área de un círculo cuyo radio es de 3 cm.

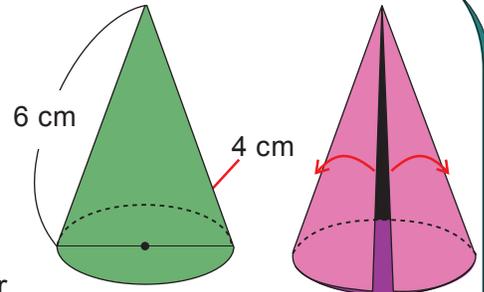




A Construya un cono como el que está a la derecha.

Piense cómo será el patrón de este cono.

- 1) ¿Qué figura geométrica tendrá la base?
- 2) ¿Qué figura geométrica tendrá la cara lateral cuando se abre el cono?
- 3) ¿En qué parte de la cara lateral tiene que estar la base?

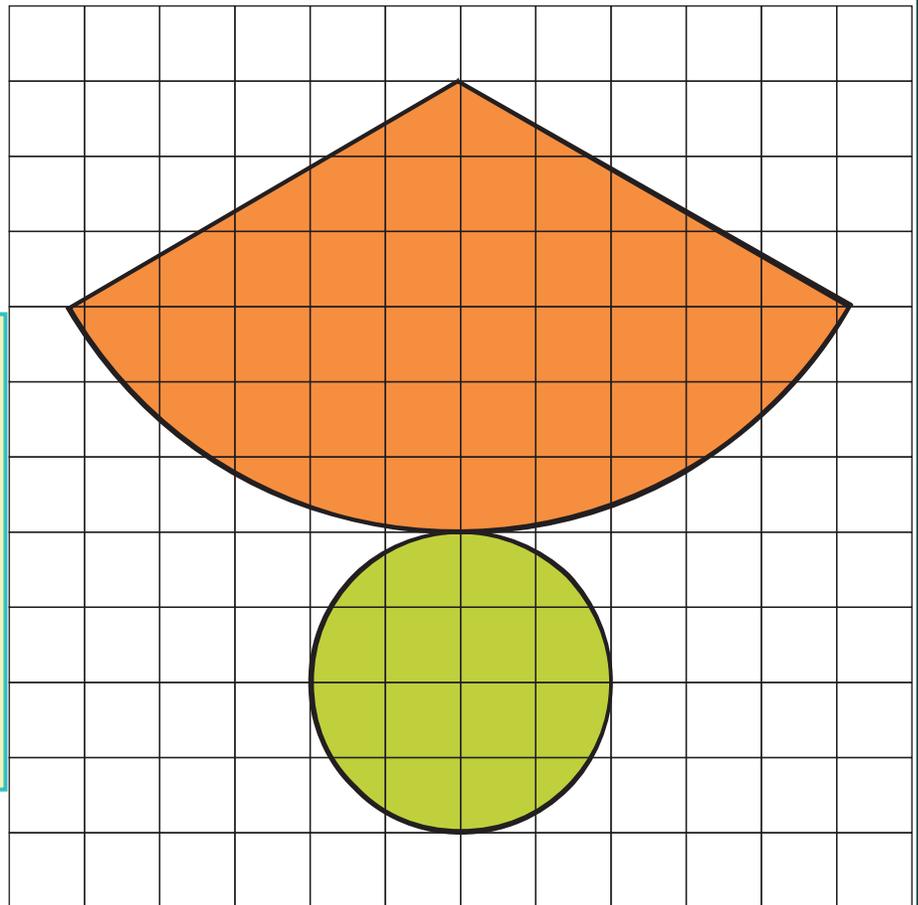


Así se abre.

Observe el patrón del cono y responda.

- 1) ¿Cuánto mide la circunferencia de la base?
- 2) ¿Con qué longitud tiene que coincidir la longitud de circunferencia de la base?

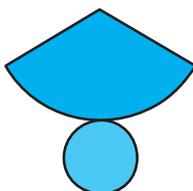
La figura geométrica que forma la cara lateral se llama sector. El sector tiene un ángulo central y un arco. La longitud de arco coincide con la longitud de la circunferencia de la base. Entonces, para dibujar el patrón de cono, es necesario tener conocimiento sobre el sector.



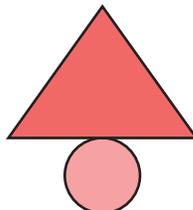
Calque el patrón sobre una hoja cuadriculada. Después péguelo sobre una hoja de papel construcción y ármelo.

1 Elija los patrones que forman el cono.

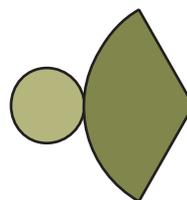
1)



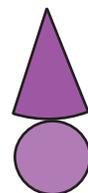
2)



3)



4)

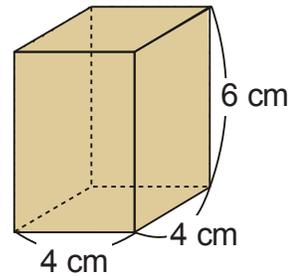


Calcule el área de un círculo cuyo diámetro es de 6 cm.



A Lea y observe el sólido.

Domingo quiere forrar una caja que tiene forma de prisma rectangular, como la que aparece a la derecha. Al menos, ¿cuánto debe medir el área del papel?

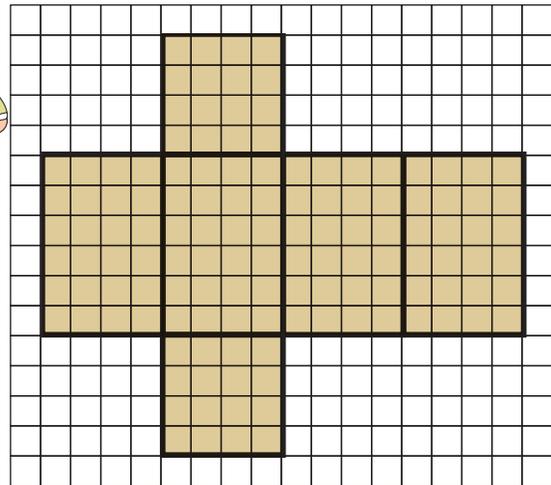


Pienso que por lo menos debe medir la misma área que el total de las áreas de las caras de la caja.



¿Cómo podría resolver este problema?

Como debo sumar las áreas de todas las caras, me ayudo observando el patrón de esta caja.



Observe el patrón y responda.

- 1) ¿Cuántas bases tiene?
- 2) ¿Qué observa de la medida del área de las bases?
- 3) ¿Cuántas caras laterales tiene?
- 4) ¿Qué observa de la medida del área de las caras laterales?

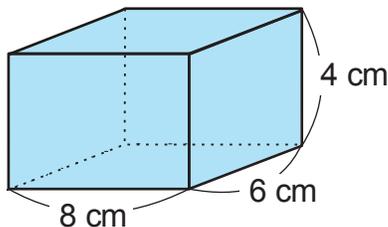
Lea.

La suma de las áreas de todas las caras y bases, se llama área superficial del sólido. En caso de prismas rectangulares se puede calcular de la siguiente manera:
 $2 \times (\text{área de una base}) + 4 \times (\text{área de una cara lateral})$.

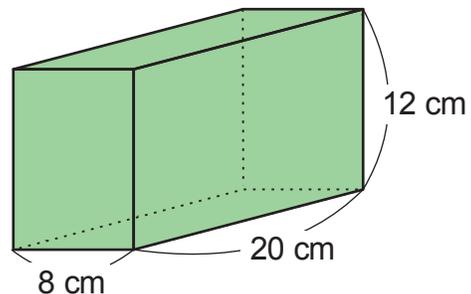
Entonces, $2 \times (4 \times 4) + 4 \times (6 \times 4) = 128 \quad 128 \text{ cm}^2$

1) Calcule la medida del área de los prismas rectangulares.

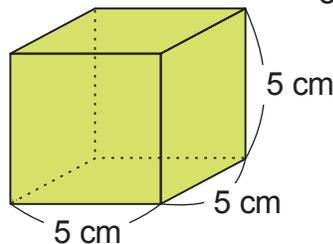
1)



2)



3)

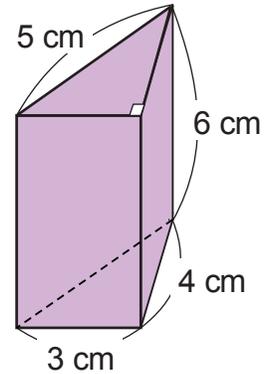




A Lea y observe la tabla. Después, responda.

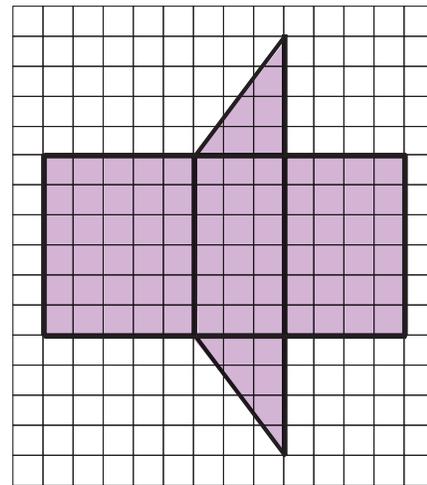
Francisca quiere forrar una caja que tiene forma de prisma triangular, como la que aparece a la derecha.
¿Cuánto debe medir el área del papel?

La situación es igual que la de la clase anterior, entonces, me ayudo con el patrón.



Observe el patrón y responda.

- 1) ¿Cuántas bases tiene?
- 2) ¿Qué observa de la medida del área de las bases?
- 3) ¿Cuántas caras laterales tiene?
- 4) ¿Qué observa de la medida del área de las caras laterales?



Lea.

El área superficial de prismas triangulares se puede calcular, sumando el área de todas las bases y caras que lo forman.

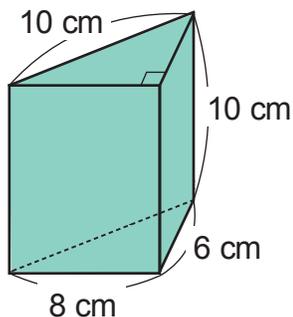
Entonces,

$2 \times \text{área de bases} + \text{áreas de caras laterales}$

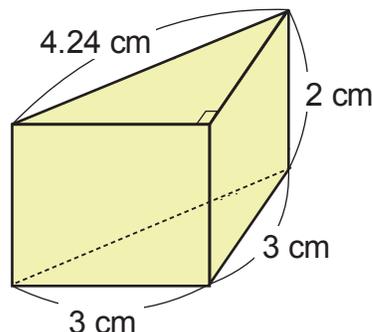
$$2 \times (3 \times 4 \div 2) + 5 \times 6 + 3 \times 6 + 4 \times 6 =$$

1 Calcule el área superficial de los prismas triangulares.

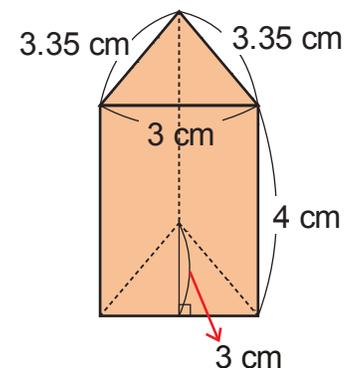
1)



2)



3)



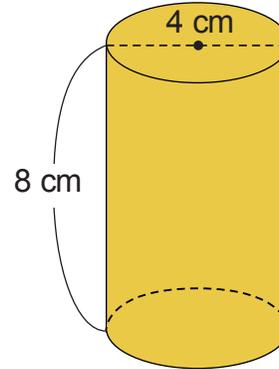
Calcule el área de un triángulo cuya base es de 8 cm y altura de 5 cm.



A Lea y observe el sólido.

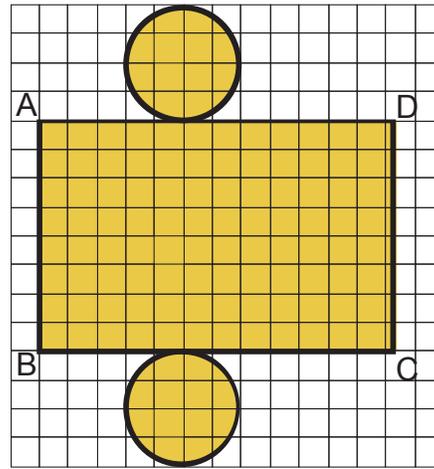
Domingo quiere forrar una caja que tiene forma de cilindro como la que aparece a la derecha. ¿Cuánto debe medir el área del papel?

La situación es igual que la de las clases anteriores, entonces, me ayudo con el patrón.



Observe el patrón y responda.

- 1) ¿Cuántas bases tiene?
- 2) ¿Qué observa de la medida del área de las bases?
- 3) ¿Cuántas caras laterales tiene?
- 4) ¿Recuerda cómo se puede encontrar medida de cara lateral de cilindro?



¿Recuerda la fórmula para calcular el área del círculo y su circunferencia?
 área del círculo = $3.14 \times \text{radio} \times \text{radio}$
 circunferencia del círculo = $3.14 \times \text{diámetro}$

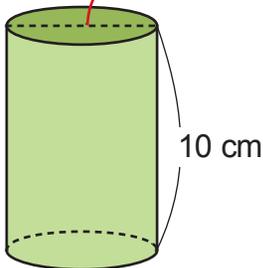


Lea.

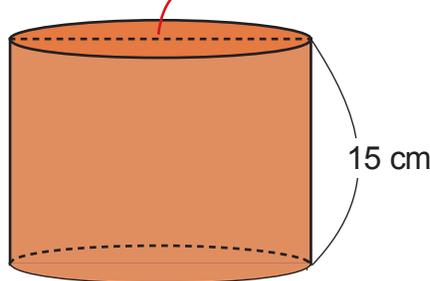
El área superficial de cilindros se puede calcular de la siguiente manera:
 $2 \times \text{área de una base} + \text{área de cara lateral}$.
 Entonces, $2 \times (3.14 \times 2 \times 2) + 3.14 \times 4 \times 8$

1 Calcule área superficial de cada cilindro.

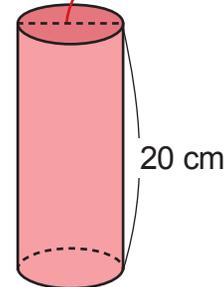
1) diámetro 6 cm



2) diámetro 24 cm



3) diámetro 8 cm

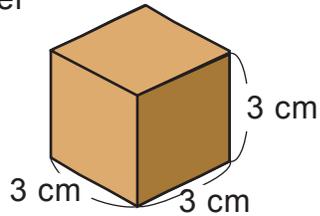




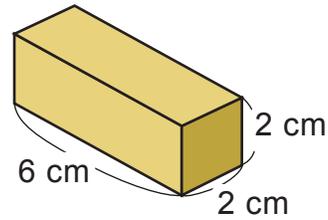
A Lea.

Miguel y Blanca tienen un pedazo de queso. Los pedazos son de diferente forma, como los de abajo. ¿Quién tiene el pedazo más grande?

Miguel



Blanca

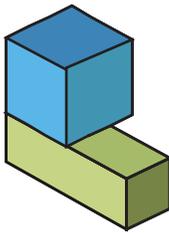


Observe tres maneras para hacer comparación.

Juana



Si sobrepongo...

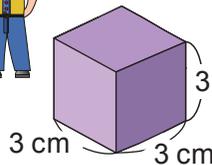


Umm, me parece imposible.

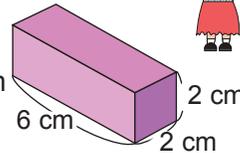
Enrique



Si utilizo área superficial...



$$6 \times 3 \times 3 = 54 \text{ cm}^2$$



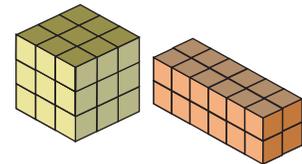
$$2 \times (2 \times 2) + 4 \times (6 \times 2) = 56 \text{ cm}^2$$

Pero me parece raro...

Laura



Si divido en varios cubos del mismo tamaño...



Esta manera se parece a la manera de comparar las áreas...

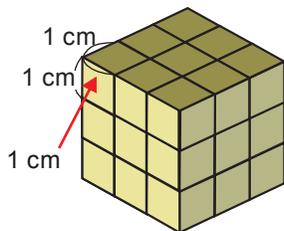
Lea.

La medida del espacio que ocupa un objeto nos da la medida de su **volumen**. El área superficial del sólido, no define la medida del volumen.

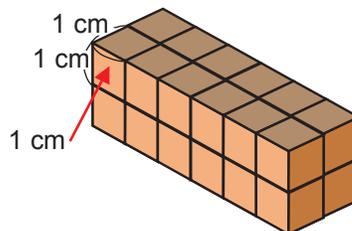
1 Compruebe la manera de Laura. Siga las siguientes instrucciones y observe el dibujo para ayudarse.

- 1) Construya 10 cubos de 1 cm por lado.
- 2) Formen grupos de tres personas.
- 3) Utilicen los cubos para elaborar un modelo de los pedazos de Miguel y Blanca.
- 4) Cuenten el número de cubos que forman cada pedazo y compárelos.

1)



2)

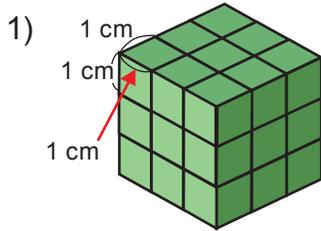


Entonces, ¿quién tiene el pedazo más grande?
¿Cuál sería la manera más fácil de contar?

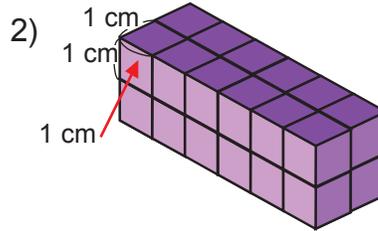
Calcule el área de un cuadrado cuyo lado mide 5 cm.



A Observe los sólidos y aprenda cómo se puede representar el volumen de cada sólido.

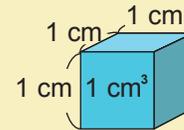


En este sólido cupieron 27 cubos.



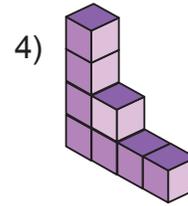
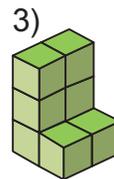
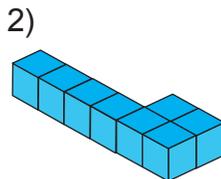
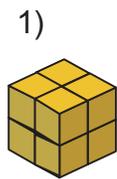
En este sólido cupieron 24 cubos.

El volumen de los objetos se puede representar con la cantidad de cubos que miden 1 cm por lado. El volumen del cubo que tiene 1 cm por lado es un **centímetro cúbico** y se simboliza "**cm³**".



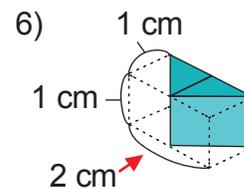
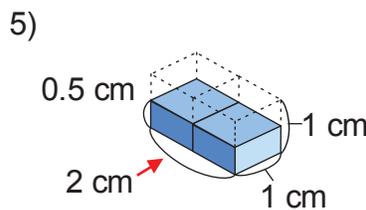
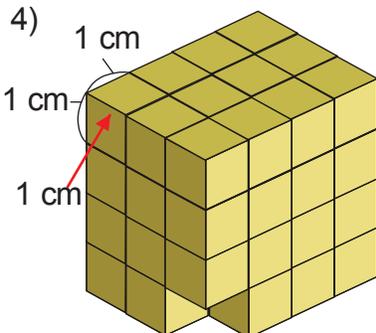
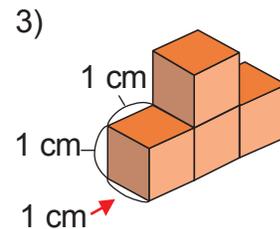
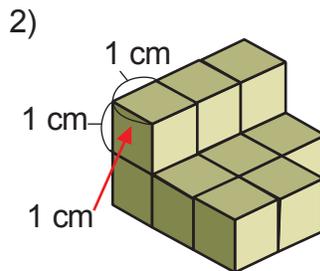
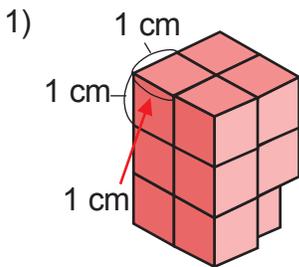
Entonces, cómo se puede representar el volumen de los sólidos del inicio?

B Observe los sólidos y utilice los cubos de 1 cm por lado para construir los siguientes modelos. ¿Cuál tiene más volumen?



Los sólidos pueden variar su forma sin que cambie su volumen.

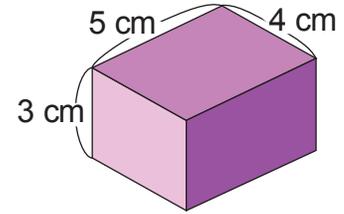
1 Escriba la medida del volumen de los sólidos.



Calcule el área de un rectángulo cuya base mide 8 cm y altura mide 3 cm.



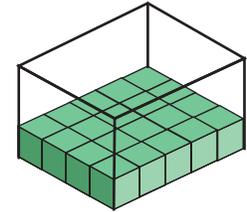
A Observe el prisma rectangular. ¿Cuál es la medida del volumen de este prisma rectangular? Encuentre la medida del volumen por medio de un cálculo.



Responda.

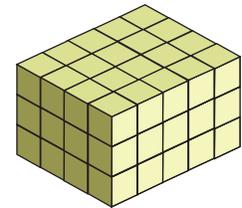
1) ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 hay en el primer nivel del prisma?

Como hay 5 cubos de largo y 4 de ancho,
 $5 \times 4 = 20$ Respuesta: 20 cubos



2) ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 hay, si se toma en cuenta todos los niveles?

Hay 20 cubos en cada nivel y si hay 3 niveles,
 $3 \times 20 = 60$ Respuesta: 60 cubos

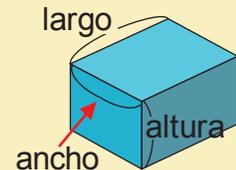


3) ¿Cuál es el planteamiento que utilizaría para calcular la cantidad total de los cubos?

El cálculo del 1), coincide con largo por ancho y en el 2) multiplicamos por altura, entonces...

5	x	4	x	3	=	60
Cantidad de cubos del largo (largo)		Cantidad de cubos del ancho (ancho)		Cantidad de niveles (altura)		total de cubos (volumen)

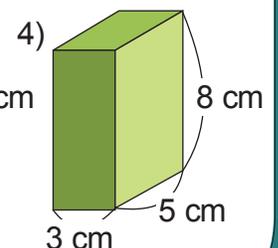
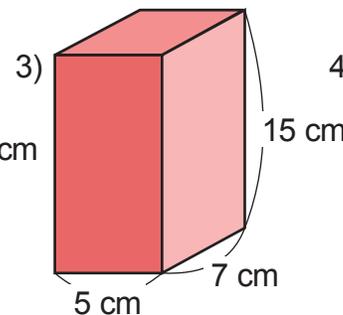
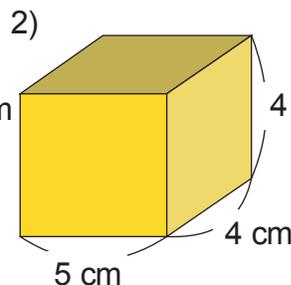
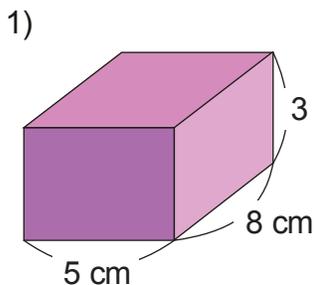
Para calcular el volumen de un prisma rectangular, se multiplica la medida del largo y del ancho; de la base y la altura. La fórmula del volumen del prisma rectangular es:



volumen del prisma rectangular = $\frac{\text{largo} \times \text{ancho}}{\text{área de base}} \times \text{altura}$

¿Cuál es la medida de volumen del prisma rectangular?

1 Calcule la medida de volumen de los prismas rectangulares.



Calcule el área de un triángulo cuya base mide 8 cm y altura mide 3 cm.



A Observe y calcule el volumen del cubo.

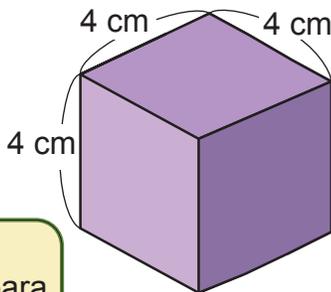
¿Cuántos cubos de 1 cm tiene en total?
¿Cómo se puede calcular?

Lea.

Para calcular la medida del volumen de un cubo, se multiplica la medida de sus lados por altura. La fórmula para calcular el volumen de un cubo es:

$$\text{Volumen de cubo} = \text{lado} \times \text{lado} \times \text{altura}$$

↓
área de la base x altura



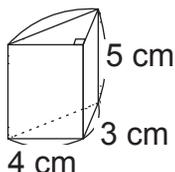
B Piense cómo se puede calcular el volumen del prisma triangular que aparece a la derecha.



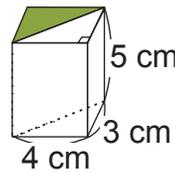
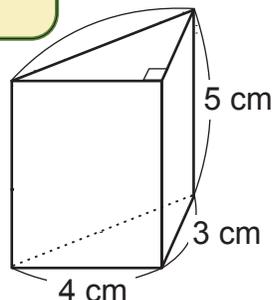
Con los otros prismas, siempre se calcula área de la base x altura, entonces...

$$4 \times 3 \div 2 \times 5 = 30$$

Respuesta: 30 cm³

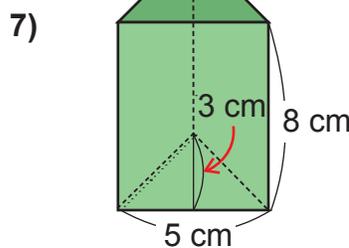
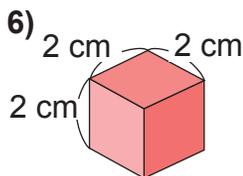
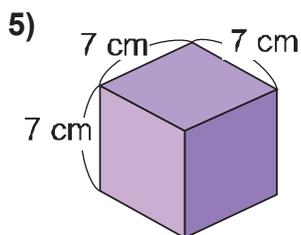
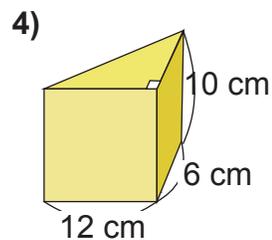
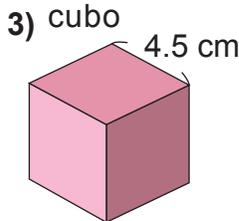
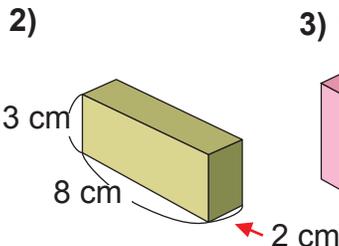
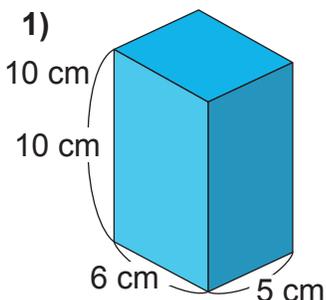


Pienso: el prisma triangular es la mitad del prisma rectangular, (como se ve a la derecha) entonces...
 $4 \times 3 \times 5 \div 2 = 30$
Respuesta: 30 cm³



La fórmula para calcular el volumen, (área de la base x altura se puede aplicar en todos los prismas.

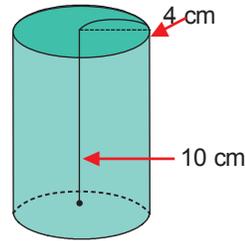
1 Calcule la medida del volumen de los prismas.





A Lea y observe.

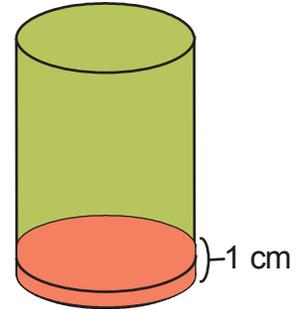
Quiere calcular la medida del volumen de un cilindro como el que aparece a la derecha.



Si el cilindro lo corto en pedazos que tengan un 1 cm de altura, su volumen será igual a la medida del área de la base.



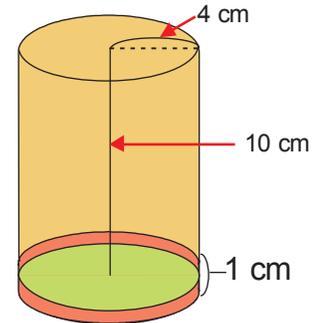
$$\begin{array}{l} \text{Área de la base circular} \times \text{altura} \\ (\text{pi} \times \text{radio} \times \text{radio}) \times \text{altura} \\ (3.14 \times 4 \times 4) \times 1 = 50.24 \end{array}$$



El volumen del cilindro de 1 cm de altura, es 50.24 cm³

Entonces, para calcular la medida del volumen de todo el cilindro, multiplico la medida del volumen del segmento de 1 cm de altura, por la altura de todo el cilindro.

$$\begin{array}{l} \text{Área de la base circular} \times \text{altura} \\ (\text{pi} \times \text{radio} \times \text{radio}) \times \text{altura} \\ (3.14 \times 4 \times 4) \times 10 = 502.4 \end{array}$$

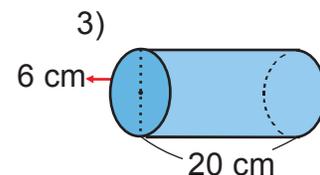
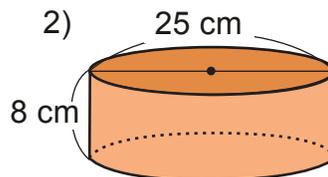
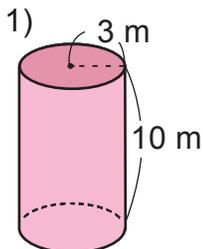


El volumen del cilindro es 502.4 cm³.

Para calcular el volumen de un cilindro se aplica la siguiente fórmula:

Volumen del cilindro = área de la base x altura.

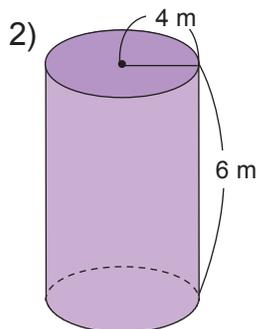
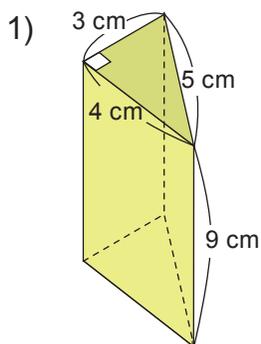
1) Calcule la medida del volumen de los cilindros.



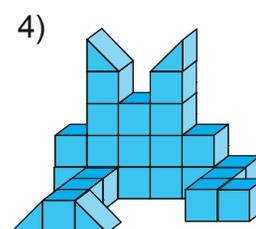
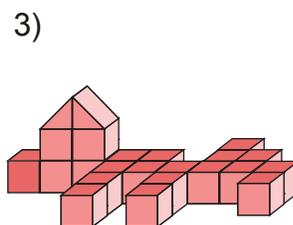
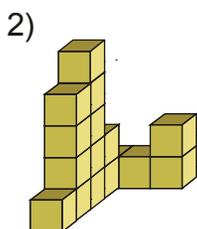
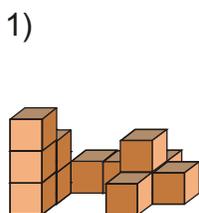
Calcule el volumen de un cono cuya área de la base mide 31.4 cm² y su altura mide 10 cm.



1) Calcule la medida del área superficial de los sólidos.



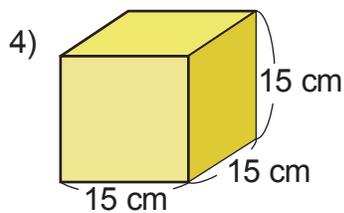
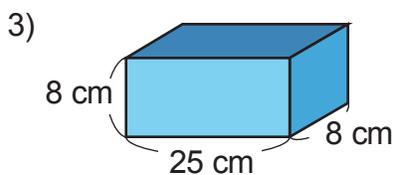
2) Indique la medida del volumen de los sólidos, tomando en cuenta que cada cubito mide 1 cm^3 .



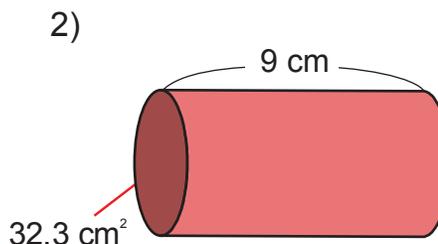
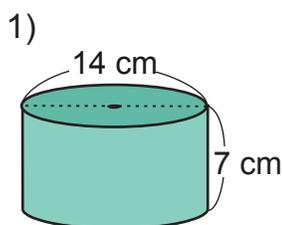
3) Calcule la medida del volumen de los sólidos que se describen o dibujan.

1) Un prisma rectangular que mide 12 cm de largo, 6 cm de ancho y 8 cm de altura

2) Un cubo que tiene 3 cm por lado

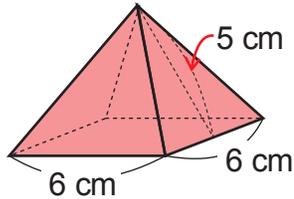


4) Calcule la medida del volumen de los cilindros.





1 ¿Cuánto mide el área superficial de la siguiente pirámide cuadrangular?



¿Cuántas bases tiene y qué forma tiene cada base?
¿Cuántas caras laterales tiene y qué forma tiene?

Se puede calcular:
Área de la base + área de las caras laterales

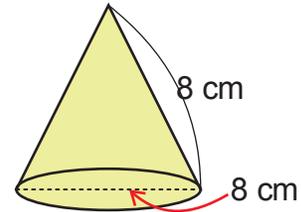
$$6 \times 6 + 4 \times (6 \times 5 \div 2)$$

$$= 36 + 60$$

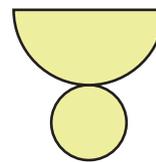
$$= 96$$

Respuesta: 96 cm²

2 ¿Cuánto mide el área superficial del siguiente cono?



¿Cuántas bases tiene y qué forma tiene cada base?
¿Cuántas caras laterales tiene y qué forma tiene?



El patrón de este cono sería así. la cara lateral es la mitad de un círculo.



Se puede calcular
Área de la base + área de las caras laterales

$$3.14 \times 8 \times 8 + (3.14 \times 8 \times 8) \div 2$$

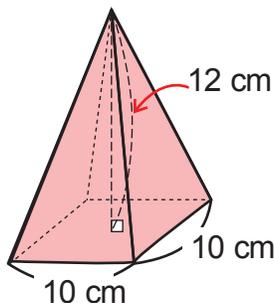
$$= 50.24 + 100.48$$

$$= 150.72$$

Respuesta: 150.72 cm²

Dependiendo de la longitud del radio de la cara lateral, cambiará entre cuánto se divide.

3 ¿Cuánto mide el volumen de la siguiente pirámide cuadrangular?



La fórmula para calcular el volumen de una pirámide es:

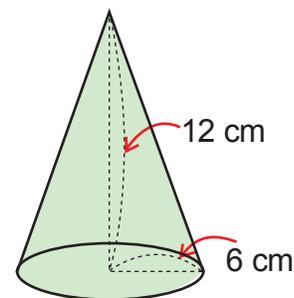
$$\frac{1}{3} \times \text{área de la base} \times \text{altura}$$

$$\frac{1}{3} \times 10 \times 10 \times 12$$

$$= 400$$

Respuesta: 400 cm³

4 ¿Cuánto mide el volumen del siguiente cono?



La fórmula para calcular el volumen de un cono es: $\frac{1}{3} \times \text{área de la base} \times \text{altura}$

$$\frac{1}{3} \times 3.14 \times 6 \times 6 \times 12$$

$$= 452.16$$

Respuesta: 452.16 cm³

Calcule el volumen de un cono cuya área de la base mide 30 cm² y altura mide 15 cm.