

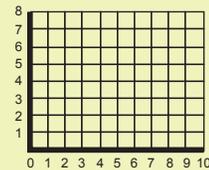
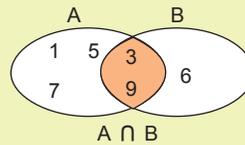


T-15

Conjuntos, plano cartesiano, escala, simetría y semejanza

¡Aprenda varios temas!

US 1\$ \rightarrow Q?





A Lea y observe los grupos de números. Responda las preguntas.

- 1) ¿Qué característica tiene cada grupo?
- 2) ¿Qué nombre se puede dar a cada grupo?

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Parece que sólo hay números de un dígito.

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

Puedo dividir todos los números entre 2, entonces...

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Al dividir entre 2, siempre hay residuo 1, entonces...

$$D = \{3, 6, 9\}$$

Es múltiplo de...

Un grupo o colección de objetos se llama **conjunto**. Cada objeto de un conjunto se llama elemento de conjunto.

Observe los conjuntos del inicio.

- 1) ¿Cómo se puede nombrar a un conjunto?
- 2) ¿Cómo se puede representar los conjuntos?

Un conjunto se nombra con una letra mayúscula (como A o B).
Un conjunto se puede representar por medio de diagrama de Venn, (tal como está el conjunto A y B) o entre llaves.

Observe los conjuntos del inicio y responda.

- 1) ¿Puede pertenecer el número 5, al conjunto A? ¿Por qué?
- 2) ¿Puede pertenecer el número 7, al conjunto C? ¿Por qué?
- 3) ¿Puede pertenecer el número 10, al conjunto A? ¿Por qué?
- 4) ¿Puede pertenecer el número 6, al conjunto C? ¿Por qué?

Un elemento puede pertenecer o no, a un conjunto y se puede representar si se utiliza el símbolo como el siguiente:

pertenece: se utiliza "∈", 1) $5 \in A$ 2) $7 \in C$
no pertenece: se utiliza "∉", 3) $10 \notin A$ 4) $6 \notin C$

1 Observe los conjuntos del inicio y responda.

- 1) Represente los conjuntos A y B, con llaves.
- 2) Represente los conjuntos C y D, con diagrama de Venn.
- 3) Escriba el símbolo ∈ o ∉.

1) $12 \underline{\hspace{1cm}} A$

2) $7 \underline{\hspace{1cm}} B$

3) $8 \underline{\hspace{1cm}} C$

4) $9 \underline{\hspace{1cm}} D$

5) $8 \underline{\hspace{1cm}} A$

6) $16 \underline{\hspace{1cm}} B$

7) $2 \underline{\hspace{1cm}} C$

8) $1 \underline{\hspace{1cm}} D$

9) $3 \underline{\hspace{1cm}} D$

Resuelva. Jorge tiene 8 años. La edad de su hermana es 3 veces de la edad de Jorge. ¿Cuántos años tiene su hermana?



A Lea y observe los conjuntos.

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

números de un dígito

$$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots, \infty\}$$

múltiplos de 3

$$C = \{8\}$$

múltiplo de 8 que tiene un dígito.

$$D = \{\}$$

¿divisor de 8 que tenga 2 dígitos?

Responda.

- 1) ¿Cuántos elementos tiene cada conjunto?
- 2) ¿Qué nombre recibe cada conjunto, atendiendo al número de elementos que tiene?

Lea.

El conjunto en el que es posible enumerar todos los elementos que lo forman, se llama conjunto finito.

El conjunto en el que no se puede enumerar todos sus elementos, se llama conjunto infinito.

El conjunto que tiene sólo un elemento, se llama conjunto unitario.

El conjunto que no tiene elementos, se llama conjunto vacío. El conjunto vacío se puede representar con \emptyset ó $\{\}$.

1 Indique qué clase de conjunto es cada conjunto del inicio de la página.

2 Indique qué clase de conjunto es cada conjunto.

- 1) El conjunto de divisores enteros de 20
- 2) El conjunto de múltiplos de 5 y menores que 1,000
- 3) El conjunto de múltiplo de 6
- 4) El conjunto de los números enteros
- 5) El conjunto de múltiplos de 9, que tienen un dígito
- 6) El conjunto de divisores de 6, que tengan dos dígitos
- 7) El conjunto de mínimo común múltiplo de 8 y 12
- 8) El conjunto de múltiplos comunes de 4 y 8





A Lea y observe los conjuntos.

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} números de un dígito

B = {1, 3, 5, 7, 9} números impares que tienen un dígito

C = {2, 4, 6, 8} múltiplos de 2 que tiene un dígito

D = {2, 4, 6, 8} números pares entre 1 y 9

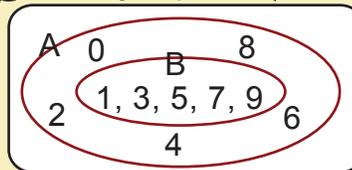
Responda.

- 1) ¿Cuántos elementos tiene cada conjunto?
- 2) ¿En qué se parecen los conjuntos A y B? ¿En qué se diferencian?
- 3) ¿En qué se parecen los conjuntos C y D?

Lea.

El conjunto B, está contenido o es subconjunto de A, si y solo si, todo elemento de B es también elemento de A. Esta relación se llama relación de contención. Simbólicamente se escribe: " $B \subset A$ " y se lee; el conjunto B está contenido en A. Si no está contenido, se utiliza " $\not\subset$ ". Por ejemplo: $A \not\subset B$.

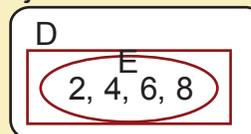
Gráficamente se representa así:



Dos conjuntos son iguales, si tienen exactamente los mismos elementos. Esta relación se llama igualdad de conjuntos.

Simbólicamente se escribe: $D = E$

Gráficamente se representa así:



1 Observe los conjuntos y escriba el símbolo \subset , $\not\subset$ o $=$.

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} números de un dígito

B = {1, 2, 3, 4, 5} números enteros de 1 a 5

C = {3, 6, 9} múltiplos de 3, que tiene un dígito

D = {3, 6, 9} divisores de 18, que tiene un dígito mayores que 1

- 1) B ___ A
- 2) C ___ A
- 3) B ___ C
- 4) C ___ D
- 5) D ___ A
- 6) A ___ C

Resuelva. Don Rodrigo vivió 80 años. De ellos 60% de su vida estuvo casado.
¿Cuántos años estuvo casado?



A Lea y observe los conjuntos.

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

Responda.

- 1) ¿Qué característica tiene cada conjunto?
- 2) Si se juntan las dos características en un conjunto, ¿cómo serán los elementos del resultado?

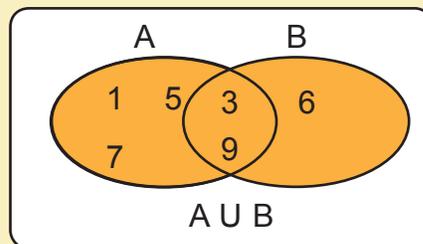
Lea.

La unión de dos conjuntos, es otro conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a uno o al otro conjunto. El símbolo de la unión es "U".

La unión de los conjuntos se representa con llaves así:

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ y $A \cup B$ se lee; A unión B. En la unión de los conjuntos no se repiten los elementos comunes.

La unión de los conjuntos se representa también en diagrama de Venn.



Los elementos comunes están donde se entrecruzan los dos diagramas.



1 Observe los conjuntos. Represente los elementos de la siguiente unión de conjuntos, con llave y con diagrama de Venn.

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$D = \{3, 6, 9\}$$

1) $A \cup B$

2) $B \cup C$

3) $C \cup D$

4) $A \cup D$

5) $B \cup D$

6) $A \cup C$





A Lea y observe los conjuntos.

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

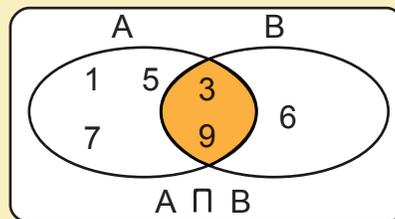
$$B = \{3, 6, 9\}$$

Responda.

- 1) ¿Tienen algunos elementos en común?
- 2) ¿Cuáles son?

Lea.

La intersección de dos conjuntos, es otro conjunto formado por los elementos comunes a los dos conjuntos.
 El símbolo de la intersección es " \cap ".
 La intersección de dos conjuntos se representa con llave así:
 $A \cap B = \{3, 9\}$ y $A \cap B$ y se lee; A intersección B.
 La intersección de dos conjuntos también se representa en diagrama de Venn.



Los elementos comunes están, donde se entrecruzan los dos diagramas y se toma sólo esta parte para intersección de dos conjuntos



1 Observe los conjuntos. Represente los elementos de la siguiente intersección de conjuntos, con llave y con diagrama de Venn.

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$D = \{3, 6, 9\}$$

$$1) A \cap B$$

$$2) B \cap C$$

$$3) A \cap D$$

$$4) A \cap C$$

Resuelva. En una escuela hay 196 alumnas. Esta cantidad corresponde a 56% de total de alumnos en la escuela. ¿Cuántos alumnos hay en total?



A Observe los conjuntos y responda.

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{0, 4, 8, 12\}$$

1) Encuentren los elementos de A que no coinciden con los de B.

Lea y responda.

Sacar los elementos que pertenecen a un conjunto, pero al otro conjunto no, se llama "realizar la diferencia". Por ejemplo, en el caso de los dos conjuntos del inicio, si se sacan los elementos que pertenece al A pero no al B, se representa de la siguiente manera:

$$A - B = \{2, 6\} \text{ y se lee A diferencia B.}$$

Piense y aprenda.

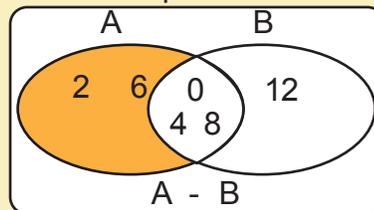
¿Cómo se puede representar diferencia de conjuntos con diagrama de Venn?

Lea.

La diferencia de dos conjuntos ($A - B$) es otro conjunto formado por todos los elementos que pertenecen al conjunto A, pero no al conjunto B.

El símbolo de la diferencia es "-"

La diferencia de conjuntos se representa con diagrama de Venn así:



1 Observe los conjuntos. Realice la diferencia de conjuntos indicada. Represente el resultado con llave y con diagrama de Venn.

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

$$C = \{1, 3, 5\}$$

$$D = \{6, 7, 8, 9\}$$

1) $A - B$

2) $B - C$

3) $C - D$

4) $A - D$

5) $B - D$

6) $A - C$





A Observe los conjuntos.

$$A = \{1, 2, 3, 6, 9\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

Responda.

- 1) ¿Qué elementos del conjunto A, no coinciden con los de B?
- 2) ¿Qué elementos del conjunto B, no coinciden con los de A?

Lea.

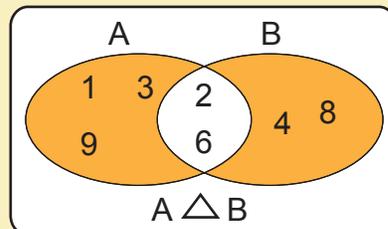
Se llama “diferencia simétrica” el otro conjunto que resulta de unir, $A - B$ con $B - A$.

El símbolo de la diferencia simétrica es “ Δ ”.

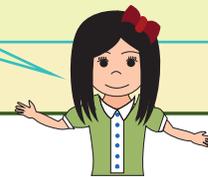
La diferencia simétrica de dos conjuntos se representa con llave así:

$A \Delta B = \{1, 3, 9, 4, 8\}$. $A \Delta B$ y se lee A diferencia simétrica B.

$A \Delta B$ también se representa en diagrama de Venn.



O sea que, la diferencia simétrica se obtiene al unir los elementos no comunes de los conjuntos A y B.



- 1** Observe los conjuntos. Represente los elementos de las siguientes diferencia simétrica de conjuntos, con llave y con diagrama de Venn.

$$A = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$B = \{2, 5, 7\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$D = \{2, 4, 6, 8\}$$

1) $A \Delta B$

2) $B \Delta C$

3) $C \Delta D$

4) $A \Delta D$

5) $B \Delta D$

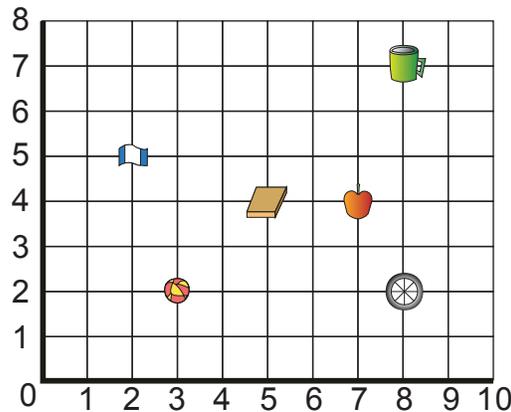
6) $A \Delta C$

Resuelva. En un municipio había 150 km^2 de bosque. Actualmente queda sólo 45% de esa área. ¿Cuántos km^2 hay ahora?



A Lea y observe.

¿Cómo se puede localizar los objetos en el plano?

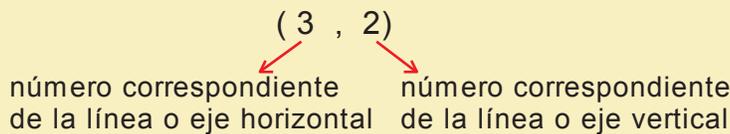


Responda.

- 1) ¿A qué número corresponde la pelota en la línea horizontal?
- 2) ¿A qué número corresponde la pelota en la línea vertical?
- 3) ¿Cómo se llama el par de números donde se ubica la pelota?

Cualquier punto del plano cartesiano puede ser representado por un par de números llamados, coordenadas del punto.

Por ejemplo: Coordenadas de la pelota se representa así:



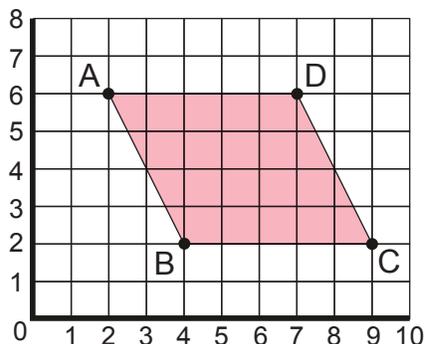
Complete el cuadro que corresponde a las coordenadas de los objetos en el plano inicial.

objeto	pelota	bandera	libro	manzana	llanta	taza
coordenada	(3 , 2)					

1 Realice los ejercicios.

1) Escriba las coordenadas de los vértices del romboide.

2) Trace un trapecio en un plano cartesiano cuyas coordenadas de sus vértices son:

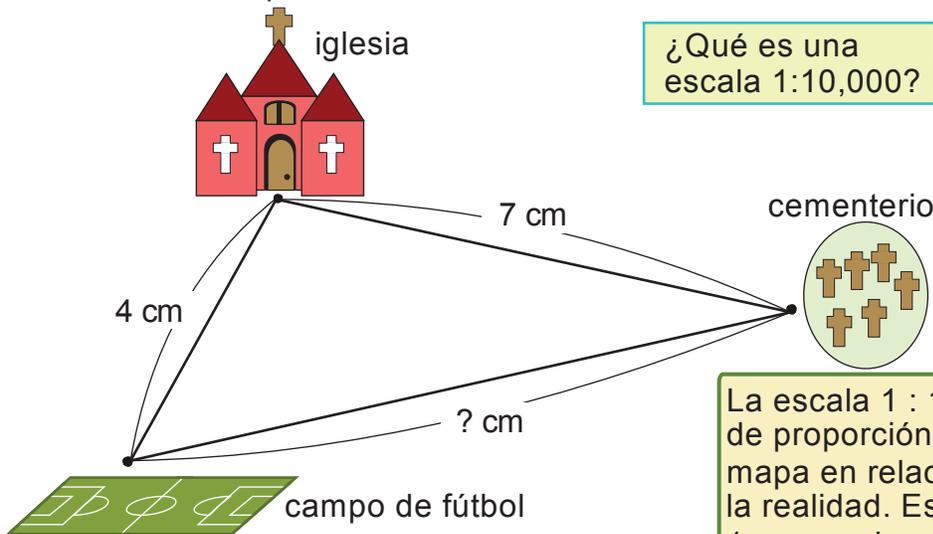


- A (3 , 1) B (5 , 5)
C (7 , 5) D (9 , 1)





A Observe el mapa hecho a escala 1 : 10,000.



¿Qué es una escala 1:10,000?



La escala 1 : 10,000, es una forma de proporción de la distancia en el mapa en relación a la distancia en la realidad. Esto significa que si hay 1 cm en el mapa, en la realidad hay 10,000 cm.

Piense cómo se puede resolver el problema.

- 1) La distancia entre la iglesia y el campo de fútbol en el mapa es 4 cm.
¿Cuánto será la distancia en la realidad?

Utilice el conocimiento de proporción.

$$1 : 10,000 = 4 : X \quad X = \frac{10,000 \times 4}{1}$$

$$X = 40,000$$

Respuesta: 40,000 cm (400 m)

- 2) La distancia entre el campo de fútbol y el cementerio en la realidad son 900 m (90,000 cm). ¿Cuánto será la distancia en el mapa?

Utilice el conocimiento de proporción.

$$1 : 10,000 = X : 90,000 \quad X = \frac{90,000 \times 1}{10,000}$$

$$X = 9$$

Respuesta: 9 cm

- 3) Encuentre la distancia entre la iglesia y el cementerio en la realidad.

① Resuelva los problemas.

- 1) En un mapa de escala 1 : 10,000, la distancia entre la escuela y la casa es 5 cm. ¿Cuánto será la distancia en la realidad?
2) En la realidad, la distancia entre el parque y el mercado es 200 m (20,000 cm). ¿Cuánto será la distancia en un mapa a escala 1 : 10,000?

② Intente elaborar el mapa a escala 1 : 10,000 de las distancias siguientes.

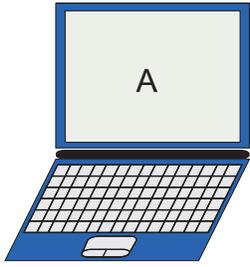
- 1) del mercado a la iglesia, 600 m.
2) de la iglesia a la escuela, 200 m.
3) del mercado a la escuela, 500 m.

Utilicemos compás.

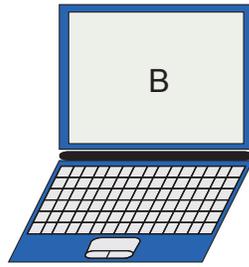
Resuelva. Hay 117 quintales de maíz. Se reparten entre familia A y B con una proporción de 4 : 5. ¿Cuántos quintales recibe la familia A?



A Observe los precios de las dos computadoras.
¿Cuál es más barata?



Precio
US\$ 1,299



Precio
Q 9,525

Como los dos precios están representados en diferente moneda, es necesario hacer el cálculo para comparar.



Para saber cuál es más barata, es necesario saber el tipo de cambio del día y realizar un cálculo.

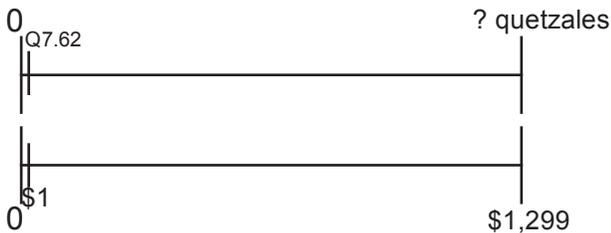
El tipo de cambio del día es:
US 1\$ → Q7.62

El tipo de cambio es variable día a día.



Lea y aprenda cómo se puede realizar el cálculo.

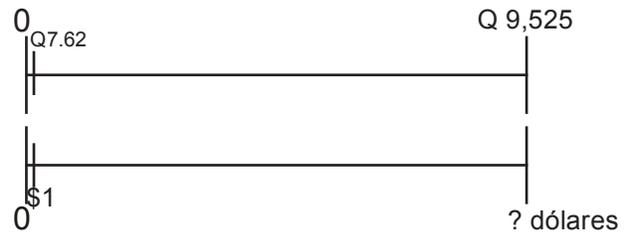
Eduardo pensó de esta manera.
Represento el precio de computadora "A", en quetzales.



$$1,299 \times 7.62 = 9,898.38$$

9,898.38 quetzales

Erika pensó de esta manera.
Represento el precio de computadora "B", en dólares.



$$9,525 \div 7.62 = 1,250$$

1,250 dolares

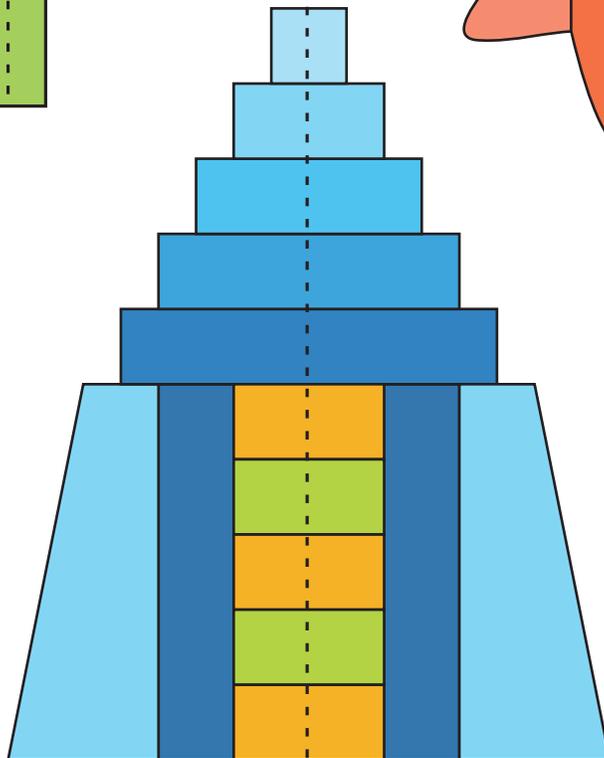
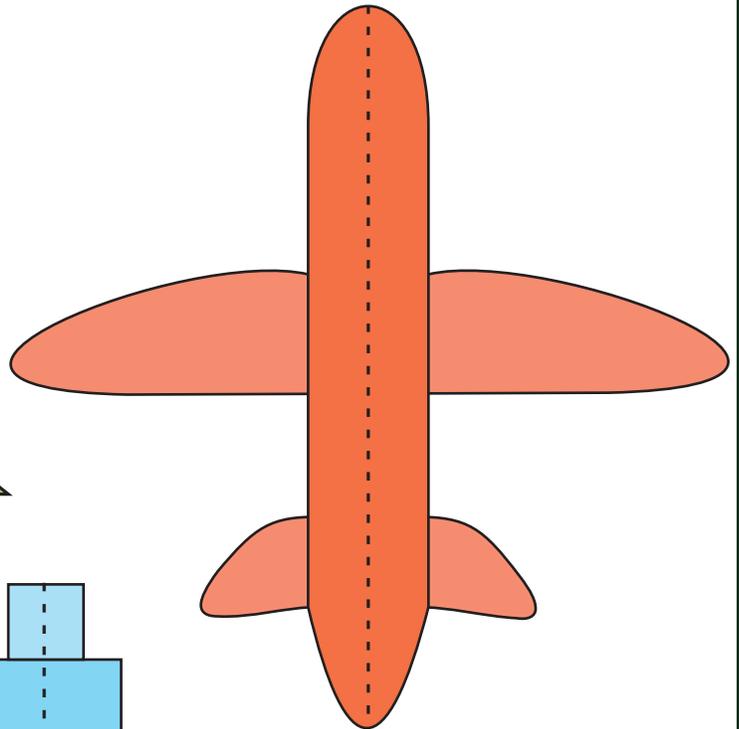
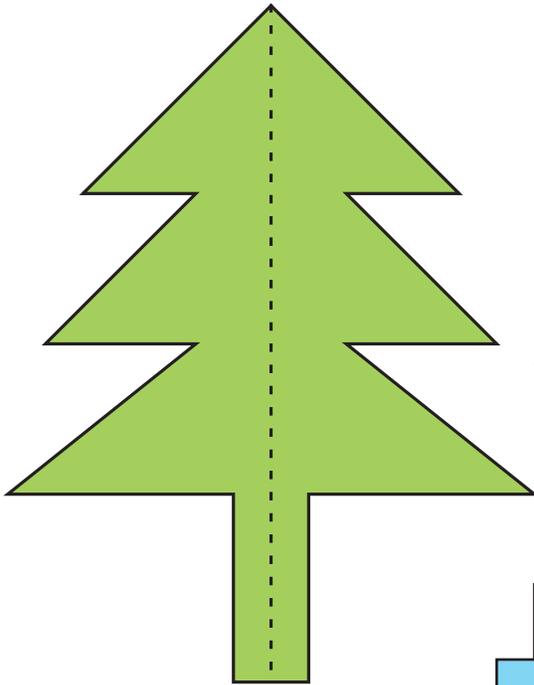
Entonces, la computadora "B" es más barata.

El cálculo de cambio de moneda entre quetzal y dólar, se puede realizar de la siguiente manera:
de dólar a quetzal: dólar x tipo de cambio
de quetzal a dólar: quetzal ÷ tipo de cambio

- 1 Encuentre el precio de los productos en quetzales. Utilice tipo de cambio indicado arriba.
 - 1) Un barril de petróleo US \$ 90.94
 - 2) Un saco de café US \$ 124.80
 - 3) Un quintal de azúcar US \$ 9.90
- 2 Encuentre el precio de los productos en dólares. Utilice tipo de cambio indicado arriba.
 - 1) Un bote de pintura, Q309.00
 - 2) Una impresora, Q530.00
 - 3) Un televisor, Q10,995.00



A Calque las líneas del contorno de las figuras . Averigüe qué característica tiene al doblar por la línea punteada.



Lea.

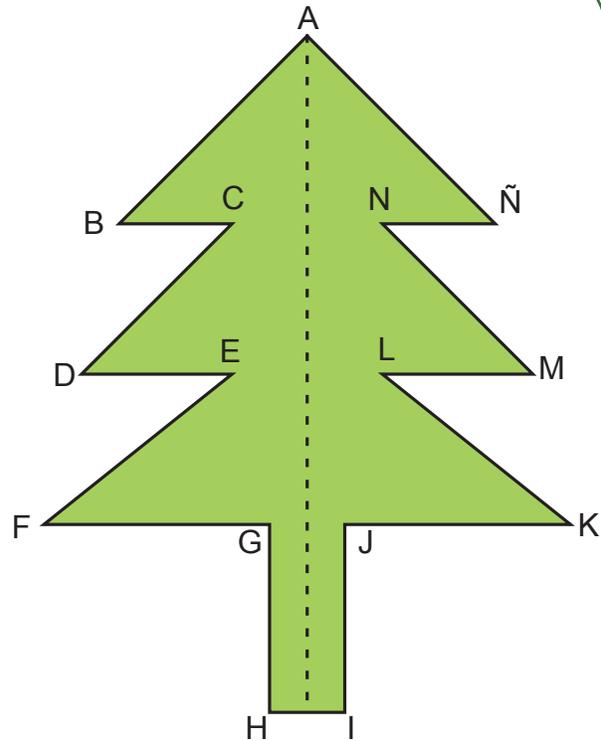
Las figuras que se coinciden exactamente al doblar por una línea recta se llaman **figuras simétricas** por la línea. La línea se le llama eje de simetría.

Continúa en la página siguiente.

Resuelva. Lorena anotó 20 goles en 100 oportunidades. Lorenzo anotó 11 goles en 55 oportunidades. ¿Quién es el más efectivo como goleador?

B Observe la figura del pino y responda.

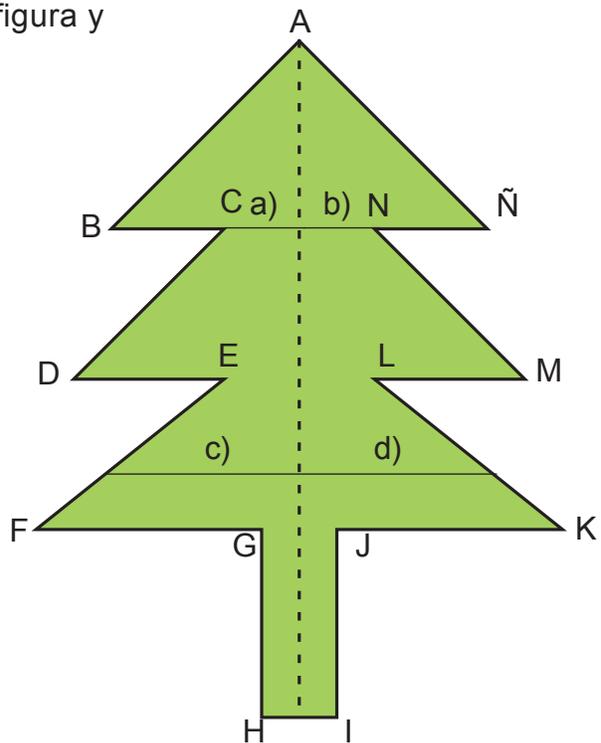
- 1) ¿Con qué vértice coincide el vértice B, al doblar por eje de simetría?
- 2) ¿Con qué vértice coincide el vértice E, al doblar por eje de simetría?
- 3) ¿Con qué lado coincide el lado FG, al doblar por eje de simetría?
- 4) ¿Con qué lado coincide el lado NÑ, al doblar por eje de simetría?
- 5) ¿Con qué ángulo coincide el ángulo ABC, al doblar por eje de simetría?
- 6) Al comparar la medida de lados y ángulos que se coinciden, ¿qué se puede decir?



En las figuras simétricas, cada lado, vértice y ángulo, tienen su pareja correspondiente. La medida de lados y ángulos que coinciden, son iguales.

C Observe la figura del pino y averigüe la longitud entre dos puntos correspondientes de la figura y eje de simetría.

- 1) Mida la longitud de a) y b).
- 2) Mida la longitud de c) y d).
- 3) ¿Qué se puede decir sobre la longitud, al comparar a) y b), y c) y d)?

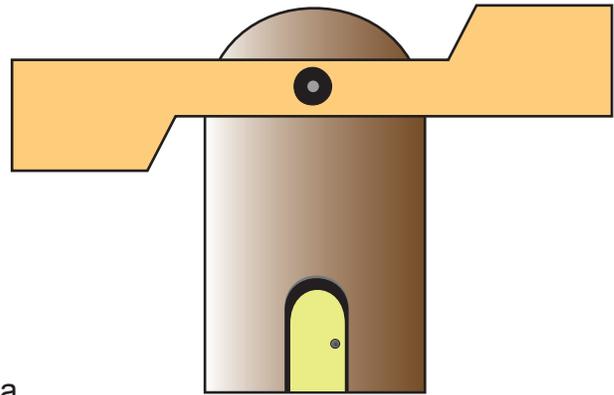


En las figuras simétricas por la línea, la longitud entre eje de simetría y dos puntos correspondientes de la figura, es siempre igual.



A Lea y observe.

En una comunidad hay molino de viento, como el de la derecha. Investigue la hélice de este molino.



Calque en una hoja la hélice y responda.

1) ¿Es la figura simétrica por la línea?

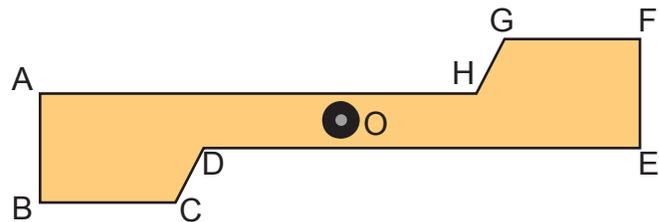
Esta figura no es simétrica por la línea.

Recorte la hélice calcada en una hoja y sobreponga en la hélice del texto. Mueva la hélice recortada, para que las dos mitades de la hélice coincidan exactamente con la del texto.

Las dos mitades de esta figura coinciden exactamente al dar un giro (o rotación) de 180° , alrededor de un punto. En este caso, se dice que la figura es simétrica con respecto a un punto. Este punto central se llama centro de simetría. Si la mitad de una figura central es simétrica a la otra mitad con respecto a un punto, esa figura tiene simetría rotacional.

B Observe la hélice y responda.

Al dar una rotación de 180° tomando punto "O", como centro del giro, ¿qué vértice, lado y ángulo coincide con cada uno de los indicados abajo?



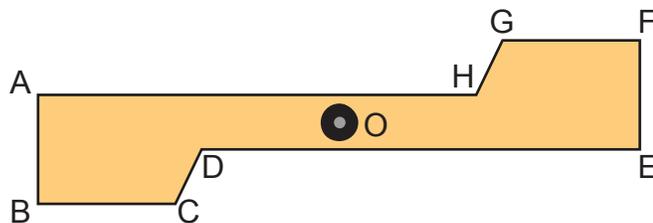
- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| 1) vértice A | 2) vértice C | 3) vértice H |
| 4) lado AB | 5) lado DE | 6) lado GH |
| 7) ángulo ABC | 8) ángulo BCD | 9) ángulo CDE |

Los vértices que coinciden al dar un giro de 180° con respecto a un centro de simetría, se llaman vértices correspondientes. Así mismo, los lados que coinciden se llaman, lados correspondientes y los ángulos se llaman, ángulos correspondientes.



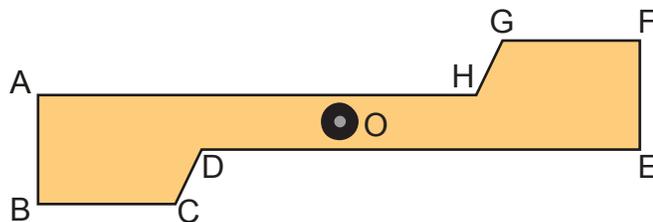
A Observe la hélice y responda.

Compare las medidas de 3 lados y ángulos correspondientes de la hélice. ¿Qué descubre?



Las medidas de los lados y ángulos correspondientes de una figura que tiene simetría rotacional son iguales.

B Observe la hélice y averigüe las características que tiene una figura que tiene simetría rotacional.

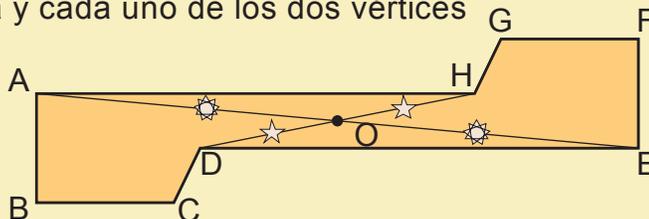


1) Al unir los vértices correspondientes A y E, D y H, ¿por dónde pasan esas líneas?

2) Si colocamos la letra O en el centro de simetría, ¿qué dice de la longitud de DO y HO? ¿Qué dice de la longitud de AO y EO?

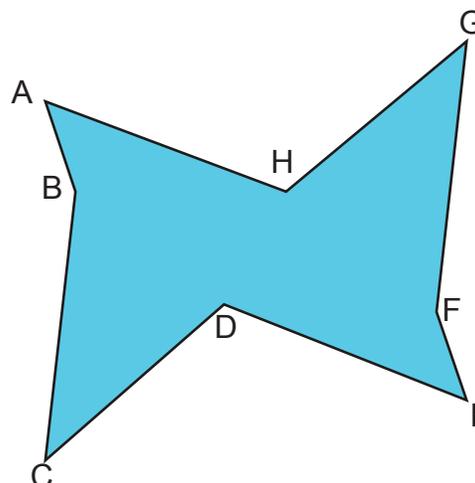
La figura simétrica rotacional, tiene las siguientes características:

Las líneas que unen dos vértices correspondientes pasan por el centro de simetría. La longitud entre el centro de simetría y cada uno de los dos vértices correspondientes es igual.



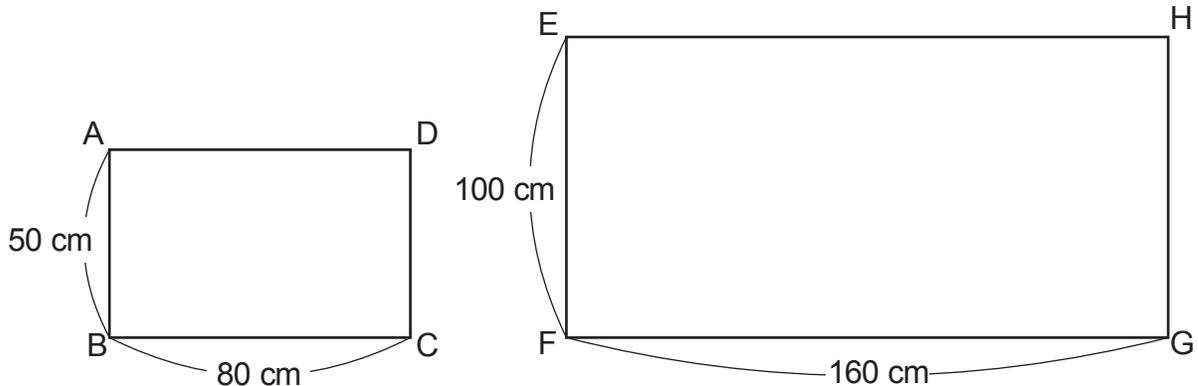
1 La figura de la derecha tiene simetría rotacional. Responda las preguntas.

- 1) ¿Cuál es vértice correspondiente del vértice D?
- 2) ¿Cuál es vértice correspondiente del vértice F?
- 3) ¿Cómo se puede encontrar el centro de simetría?
- 4) Si pone la letra O en el centro de simetría, ¿cuál es la línea que tiene la misma longitud que OB?
- 5) Si pone la letra O en el centro de simetría, ¿cuál es la línea que tiene la misma longitud que OC?



**A** Lea y observe.

Para la actividad del 15 de septiembre, Reina elaboró dos banderas procurando que una bandera, fuera 2 veces mayor que la otra.



Lea y responda.

Dos figuras que tienen exactamente la misma forma, pero son de diferente tamaño, se dice que son semejantes. Las dos banderas de arriba son semejantes. En las figuras que son semejantes, cada vértice, lado y ángulo tiene su respectiva correspondiente. Por ejemplo, el vértice A y E son vértices correspondientes, el lado AB y EF son lados correspondientes y el ángulo ABC y EFG son ángulos correspondientes.

- 1) ¿Cuál es el lado correspondiente al lado BC?
- 2) ¿Cuál es el ángulo correspondiente al ángulo CDA?

B Observe las banderas y responda las preguntas para averiguar sobre semejanzas.

- 1) Al comparar la medida de ángulos correspondientes ABC y EFG, ¿qué descubre?
- 2) Al comparar la medida de ángulos correspondientes BCD y FGH, ¿qué descubre?
- 3) ¿Cuál es la proporción entre las longitudes de los lados correspondientes AB y EF?
- 4) ¿Cuál es la proporción entre las longitudes de los lados correspondientes BC y FG?

Las figuras semejantes tienen las siguientes características:

La medida de los ángulos correspondientes es igual.

Las razones entre las longitudes de los lados correspondientes son siempre iguales en cualquier de sus lados correspondientes.

1 Las dos figuras siguientes son semejantes. Responda las preguntas.

- 1) ¿Cuál es el lado correspondiente del lado BC?
- 2) ¿Cuál es la proporción entre las longitudes de los lados correspondientes CD y GH?

