



T-6

Múltiplos y divisores

¡Prepárese para un nuevo reto!

1 ¡Experimente con su maestro y sus compañeros!

Instrucción

1. La o el maestro cuenta del 1 al 30.
2. Mientras la o el maestro cuenta las alumnas o la mitad del grupo aplauden de dos en dos, iniciando desde 2. O sea aplauden cuando la o el maestro dice, 2, 4...
3. Los alumnos u otra mitad del grupo aplauden de tres en tres, iniciando desde 3. O sea aplauden cuando la o el maestro dice, 3, 6...

¿En qué cuenta coinciden los aplausos?

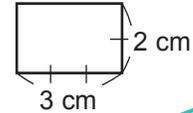
En este tema profundizará este conocimiento.



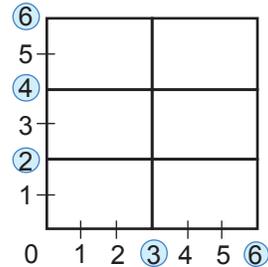
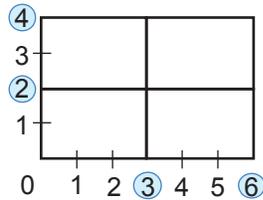
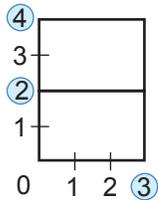


A Guillermo quiere formar un cuadrado utilizando tarjetas como las que están a la derecha.

Ayude a Guillermo. En una hoja copie 6 rectángulos con las medidas de la tarjeta mostrada. Recórtelos y colóquelos de manera que forme un cuadrado. Tome en cuenta que los rectángulos debe utilizarlos en forma horizontal.



Recuerde que un cuadrado tiene 4 lados iguales.



- 1) ¿En cuál situación se forma un cuadrado?
- 2) ¿Cómo cambia la longitud del lado horizontal cuando las tarjetas son colocadas una a la par de la otra?
- 3) ¿Cómo cambia la longitud del lado vertical cuando las tarjetas son colocadas una encima de la otra?

B Guillermo juega con más tarjetas y registra la información en una tabla. Ayúdelo escribiendo los números que faltan.

No. de tarjetas por lado	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud horizontal (cm)	3	6	9						

No. de tarjetas por lado	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud vertical (cm)	2	4	6						

Observe la tabla. En el caso del lado horizontal tiene números como: 3, 6, 9, 12... Estos números resultan de multiplicar el número de tarjetas por 3. Números como 3, 6, 9, 12 son llamados **múltiplos** de 3 y resultan de multiplicar por 3. Los múltiplos de un número se obtienen multiplicando por 1, 2, 3, 4, 5, 6.... Un número es múltiplo de sí mismo.

¿De qué número son múltiplos las cantidades que indican la longitud del lado vertical?

1) Responda.

1) Copie la recta numérica. Circule los múltiplos de 2.



2) Copie la recta numérica. Circule los múltiplos de 4.



Seleccione los múltiplos de 3 hasta 16.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16



A ¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 6?

15, 24, 44, 50, 54, 60, 78, 82, 90, 100

¿Cómo puede confirmar si un número es múltiplo de otro?

Es fácil confirmar que 24, 54 y 60 son múltiplos de 6 porque puede recordar la tabla de multiplicar de 6. Pero...después de 60 ya no es tan fácil.



Al dividir los números 24, 54 y 60 entre 6, no hay residuo. Aplicaré esto con otros números.



Lea.

Para encontrar los múltiplos de 6, busque números que al dividirlos entre 6 no tienen residuo.

Por ejemplo: $90 \div 6 = 15$ Entonces, 90 es múltiplo de 6.

Entonces, en la lista anterior, ¿cuáles son los múltiplos de 6?

1 Responda.

1) ¿Cuáles son los múltiplos de 3?

12, 15, 21, 30, 45, 60, 72, 86

2) ¿Cuáles son los múltiplos de 7?

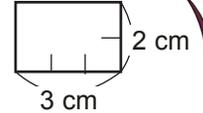
7, 15, 35, 42, 50, 56, 81, 91

2 Escriba 6 múltiplos de 8. Después forme pareja e intercambien cuadernos para revisar. Divida entre 8 para comprobar la respuesta.

3 Escriba 6 múltiplos de 4. Después forme pareja e intercambien cuadernos para revisar. Divida entre 4 para comprobar la respuesta.



A ¿Recuerda qué ayudó a Guillermo para jugar con unas tarjetas?
La tabla de Guillermo quedó así:

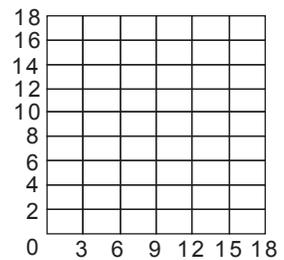
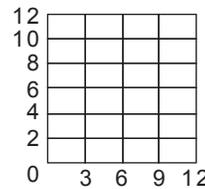
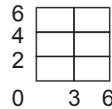


Recuerde que cada fila de la tabla representa múltiplos de 2 y 3.



No. de tarjetas por lado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Longitud										
vertical (cm)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
horizontal (cm)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

¿Cuáles son las medidas del lado vertical y horizontal de las tarjetas cuando forman un cuadrado?



Las tarjetas forman un cuadrado cuando su lado vertical y horizontal miden 6 cm, 12 cm y 18 cm...

Lea.

6, 12 y 18 son múltiplos de 2 y de 3. Como son múltiplos de los dos números se llaman **múltiplos comunes** de 2 y 3.

1 Escriba los múltiplos indicados.

- 1) Múltiplos de 3 hasta llegar a 39.
- 2) Múltiplos de 4 hasta llegar a 40.
- 3) Múltiplos de 2 hasta llegar a 40.
- 4) Múltiplos de 5 hasta llegar a 40.
- 5) Múltiplos de 6 hasta llegar a 60.
- 6) Múltiplos de 8 hasta llegar a 56.



Recuerde que para obtener los múltiplos basta con multiplicar el número por 1, 2, 3, 4, 5... hasta donde quiera llegar.

2 Utilice las listas anteriores para responder lo siguiente.

- 1) Escriba los múltiplos comunes de 3 y 4.
- 2) Escriba los múltiplos comunes de 2 y 5.
- 3) Escriba los múltiplos comunes de 6 y 8.

Para encontrar múltiplos comunes de 3 y 4 basta con comparar la lista de múltiplos de cada número.



- 1) Escriba los primeros 3 múltiplos comunes de 2 y 6.
- 2) Escriba los primeros 3 múltiplos comunes de 4 y 8.



- A** Tomás quiere encontrar algunos múltiplos comunes de 4 y 6. Observe cómo lo hace .



Escribo algunos múltiplos de ambos números.

Múltiplo de 4: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**,

Tomás Múltiplo de 6: 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42,

Tomás dice que algunos múltiplos comunes de 4 y 6 son 12, 24 y 36.

¿Cuál es el menor de los múltiplos comunes de 4 y 6?

12 es el menor de los múltiplos comunes de 4 y 6 y se llama **mínimo común múltiplo**. Su abreviatura es **m.c.m.**

- B** Encuentre el m.c.m. de los números.

1) 9 y 6

2) 2 y 5

3) 8 y 10

4) 3 y 6

- 1** Encuentre el m.c.m. de los números.

1) 3 y 5

2) 3 y 7

3) 2 y 8

4) 4 y 10

5) 6 y 9

6) 6 y 8

- 2** Responda. Explique su respuesta.

1) ¿Puede ser 3 el m.c.m. de 6 y 9?

2) ¿Puede ser 11 el m.c.m. de 4 y 11?

3) ¿Puede ser 5 el m.c.m. de 2 y 3?

Múltiplos de 6 son....
Múltiplos de 12 son....
Por eso....



- 3** Encuentre el m.c.m. de los números.

1) 4 y 5

2) 5 y 8

3) 2 y 10

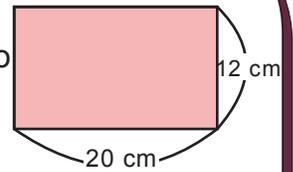
4) 6 y 7

5) 4 y 9

6) 4 y 8

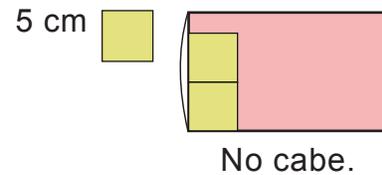
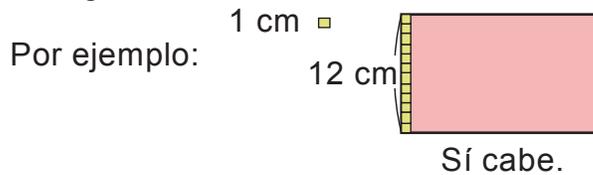


A Don Fermín es un albañil. Le piden cubrir una superficie con pisos cuadrados. La forma y medida de la superficie es la que está a la derecha. Don Fermín quiere utilizar pisos de un tamaño tal que le cubra exactamente la superficie rectangular sin que le sobre ni le falte. En otras palabras, no quiere cortar ningún piso.



Primero observe la medida del lado vertical.

Don Fermín tiene pisos que miden desde 1 cm hasta 12 cm por lado. ¿Cuál de esos pisos cabe exactamente en el lado vertical de la superficie rectangular?



Complete la tabla.

cm por lado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○ cabe	○	○	○	○	×	○	×	×	×	×	×	○
× no cabe												

El lado vertical del espacio rectangular mide 12 cm y puede ser llenado con piso cuadrado cuyo lado mide 1, 2, 3, 4, 6 y 12 cm. Estos números se llaman divisores de 12.

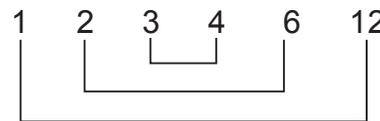
Se llama **divisor** de un número al que lo divide sin que haya residuo

B Estudie una manera de encontrar todos los divisores de 12.

$12 \div 1 = 12$ → Divisores: 1 y 12

$12 \div 2 = 6$ → Divisores: 2 y 6

$12 \div 3 = 4$ → Divisores: 3 y 4



El cociente que se obtiene al dividir un número entre su divisor también es un divisor de ese número.

Es más rápido buscar los divisores formando parejas de dos números que multiplicados dan 12.

1 Ahora Don Fermín observa el lado horizontal. Para ese lado tiene pisos de 1 a 20 cm por lado. ¿Cuál de los pisos cabe exactamente en el lado horizontal de la superficie rectangular? Copie la tabla, complétela y responda. Después escriba los divisores de 20.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
○ cabe																				
× no cabe																				

2 Encuentre todos los divisores de los siguientes números.

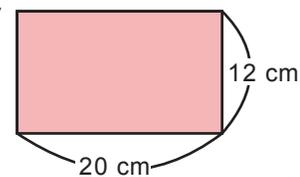
- 1) 15 2) 16 3) 24 4) 30

Encuentre todos los divisores de los siguientes números.

- 1) 8 2) 6 3) 10



- A** Sigamos con Don Fermín. ¿Recuerda que quiere cubrir una superficie rectangular y quiere utilizar pisos cuadrados de un tamaño tal que no le sobre ni le falte nada?



Recuerde que en la clase anterior estudió las medidas que cabían exactamente en el lado vertical y horizontal. El resultado fue así:

Lado vertical (12 cm) : 1 2 3 4 6 12
(divisores de 12)

Lado horizontal (20 cm): 1 2 4 5 10 20
(divisores de 20)

Recuerde que estos números se llaman divisores.



- B** Responda.

Para cubrir totalmente la superficie rectangular con pisos cuadrados, ¿cuál de las opciones puede utilizar? Esta vez debe pensar en el lado horizontal y vertical a la vez.

¿Cuáles son los divisores que 12 y 20 tienen en común?

Observe.

Lado vertical (12 cm) : ① ② 3 ④ 6 12
(divisores de 12)

Lado horizontal (20 cm): ① ② ④ 5 10 20
(divisores de 20)

1, 2 y 4 son divisores de 12 y de 20. Como son divisores de los dos números se llaman **divisores comunes** de 12 y 20.

Observe que estos números corresponden a las medidas de los pisos cuadrados que puede utilizar Don Fermín para llenar completamente la superficie rectangular.

- ① Escriba todos los divisores de cada número.

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

5) 12 6) 15 7) 18 8) 24

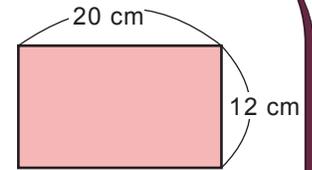
- ② Utilice las listas anteriores para responder lo siguiente.

- 1) Escriba los divisores comunes de 3 y 18.
- 2) Escriba los divisores comunes de 12 y 15.
- 3) Escriba los divisores comunes de 18 y 24.
- 4) Escriba los divisores comunes de 4 y 24.

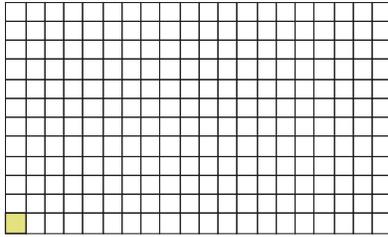


A Sigamos con el caso de Don Fermín.

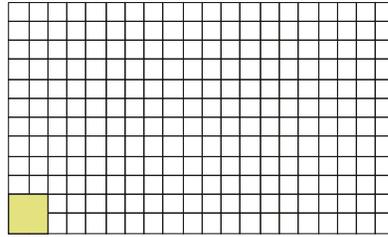
¿Cuál es el piso cuadrado de mayor tamaño que puede utilizar Don Fermín para cubrir el espacio rectangular?



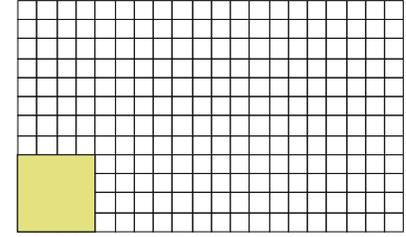
Observe.



cuadrado de 1 cm por lado



cuadrado de 2 cm por lado



cuadrado de 4 cm por lado

El piso cuadrado de mayor tamaño que puede utilizar es el que mide 4 cm por lado. Este número es el **máximo común divisor** de 12 y 20.

Observe:

Divisores de 12: 1 2 3 4 6 12

Divisores de 20: 1 2 4 5 10 20

Cuando observamos múltiplos comunes, encontramos el mínimo pero con los divisores comunes encontramos el máximo.



Los divisores comunes son 1, 2 y 4. El mayor de ellos es 4.

Entre todos los divisores comunes, el mayor de ellos se llama **máximo común divisor**. Su abreviatura es **M.C.D.**

1 Encuentre los divisores de cada número. Después escriba el M.C.D. de cada pareja.

1) 12 y 10

2) 12 y 16

3) 2 y 8

4) 2 y 10

5) 7 y 14

6) 6 y 21

7) 3 y 12

8) 4 y 14

9) 5 y 20

Encuentre el máximo común divisor (M.C.D.) de los números.

1) 3 y 6 2) 8 y 12 3) 12 y 24



A Observe cómo se puede encontrar el M.C.D. de 18 y 24.



Escribe todos los divisores de cada número. Después, busca los divisores comunes y descubre el M.C.D.

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

M.C.D.

B Encuentre los divisores comunes de las siguientes parejas de números. ¿Cuál es el M.C.D. de cada una?



1) 8 y 12

2) 21 y 35

3) 12 y 36

1 Repaso de múltiplos y divisores.

Escriba 5 múltiplos de cada número.

1) 4

2) 6

3) 7

4) 9

2 Escriba los primeros 3 múltiplos comunes de cada pareja. Después escriba el m.c.m.

1) 3 y 4

2) 5 y 6

3) 2 y 9

4) 8 y 9

3 Escriba todos los divisores de cada número.

1) 16

2) 27

3) 36

4) 32

4 Escriba todos los divisores comunes de cada pareja. Después escriba el M.C.D.

1) 6 y 15

2) 8 y 28

3) 18 y 27

4) 13 y 39



A Observe los números. Piense la manera como puede clasificarlos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Juan dice que los clasificó de la siguiente manera.

Grupo A: 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19

Grupo B: 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20



¿En qué pensó Juan cuando clasificó? ¿Qué criterio utilizó?

Divida los números del grupo A entre 2. ¿Qué descubre? ¿Qué tipo de números son?

Divida los números del grupo B entre 2. ¿Qué descubre? ¿Qué tipo de números son?

Un número que tiene a 2 como divisor es un **número par**.
Un número que no tiene a 2 como divisor es un **número impar**.
0 se toma como número par.

O sea que si divide un número par entre 2, el residuo es 0 y si divide un número impar entre 2, el residuo es 1.

B Copie la siguiente tabla. Después encierre los números pares. Descubra algo que tienen en común los números pares.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

Confirme si es par o impar el número 534.



Un número es par si la cifra de su unidad es par.

1 Clasifique los números en pares e impares.

1) 31 2) 32 3) 33 4) 60 5) 91 6) 100

2 Escriba si es par o impar.

1) 113 2) 246 3) 136 4) 527 5) 4,389 6) 8,063



A Divida los números entre 10.

10, 15, 40, 61, 80, 95, 100

Cuando se puede dividir sin que haya residuo se dice que es "divisible".



¿Cuáles se pueden dividir entre 10 sin que haya residuo?

¿Descubre algo en los números que se pueden dividir entre 10 sin que haya residuo?

¿Cuál es la característica que tienen en común los números divisibles entre 10?

Un número es divisible entre 10 cuando el dígito de su unidad es cero. Esto se conoce como **regla de divisibilidad de 10**.

B ¿Habrá otra regla al dividir entre 5? ¿Cuáles de los siguientes números se pueden dividir entre 5 sin que haya residuo?

18, 25, 40, 54, 55, 80, 100

¿Cuál es la característica que tienen en común los números divisibles entre 5?

Un número es divisible entre 5 cuando el dígito de su unidad es 0 ó 5. Esto se conoce como **regla de divisibilidad de 5**.

C ¿Habrá otra regla al dividir entre 3? ¿Cuáles de los siguientes números se pueden dividir entre 3 sin que haya residuo?

18, 25, 42, 54, 55, 96, 100

¿Cuál es la característica que tienen en común los números divisibles entre 3? Sume los dígitos de los números que lo forman.

Un número es divisible entre 3 cuando la suma de los dígitos que lo forman es un múltiplo de 3. Esto se conoce como **regla de divisibilidad de 3**.

① Responda las preguntas aplicando las reglas de divisibilidad.

1) ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 10?

25, 50, 88, 54, 90, 110, 360, 308

2) ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 5?

10, 28, 65, 120, 90, 265, 368, 506

3) ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 3?

54, 61, 78, 111, 90, 152, 264, 361



1) Escriba los primeros 5 múltiplos de cada número. (T6 - 1)

1) 4 2) 6 3) 8 4) 9

2) ¿Cuáles números son múltiplos de 7? (T6 - 2)

6, 15, 21, 32, 63, 84, 98, 106

3) Escriba los primeros 2 múltiplos comunes de cada pareja de números. Después escriba el m.c.m. de cada pareja. (T6 - 3 y T6 - 4)

1) 3 y 6 2) 4 y 7 3) 5 y 8 4) 6 y 9

4) Escriba todos los divisores de cada número. (T6 - 5)

1) 12 2) 21 3) 32 4) 40

5) Escriba todos los divisores comunes de cada pareja. (T6 - 6)

1) 4 y 16 2) 12 y 18 3) 7 y 21

6) Escriba el M.C.D. de cada pareja de números. (T6 - 7 y T6 - 8)

1) 6 y 15 2) 8 y 20 3) 3 y 15 4) 9 y 45

7) Escriba si es par o impar. (T6 - 9)

1) 179 2) 468 3) 321 4) 3,698

¿Sabía que un planteamiento de multiplicación representa 4 cosas con respecto a múltiplo y divisor?

Por ejemplo:

2 es divisor de 6.

$$2 \times 3 = 6$$

6 es múltiplo de 2.

3 es divisor de 6.

$$2 \times 3 = 6$$

6 es múltiplo de 3.

Encuentre el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los números.

1) 4 y 6 2) 8 y 12 3) 12 y 18



1 Responda.

- 1) Escriba los primeros 10 múltiplos de 8. (T6 - 2)
- 2) Escriba los primeros 10 múltiplos de 12. (T6 - 2)
- 3) Escriba los múltiplos de 4, entre 15 y 41. (T6 - 2)
- 4) Escriba los múltiplos comunes de 4 y 6 hasta 25. (T6 - 3)
- 5) Escriba los múltiplos comunes de 6 y 12 hasta 60. (T6 - 3)
- 6) Escriba los múltiplos comunes de 5 y 10 hasta 100. (T6 - 3)
- 7) Encuentre el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los números. (T6 - 4)
 - a) 3 y 4 b) 2 y 5 c) 4 y 6 d) 6 y 9 e) 6 y 8
 - f) 8 y 12 g) 6 y 15 h) 4 y 10 i) 10 y 15 j) 12 y 18
 - k) 6 y 12 l) 10 y 30 m) 8 y 24 n) 12 y 24 ñ) 25 y 50
- 8) Encuentre todos los divisores de cada número. (T6 - 5)
 - a) 4 b) 6 c) 8 d) 9 e) 12 f) 18
 - g) 20 h) 24 i) 32 j) 36 k) 48 l) 60
- 9) Encuentre todos los divisores comunes de los números. (T6 - 6)
 - a) 6 y 9 b) 8 y 12 c) 12 y 18 d) 9 y 12 e) 4 y 12 f) 6 y 12
 - g) 8 y 24 h) 12 y 24 i) 12 y 36 j) 12 y 48 k) 12 y 60 l) 18 y 36
- 10) Encuentre el máximo común divisor (M.C.D.) de los números. (T6 - 7 y T6 - 8)
 - a) 6 y 9 b) 8 y 12 c) 12 y 18 d) 9 y 12 e) 4 y 12 f) 6 y 12
 - g) 8 y 24 h) 12 y 24 i) 12 y 36 j) 12 y 48 k) 12 y 60 l) 18 y 36
- 11) Encuentre el máximo común divisor (M.C.D.) de los números. (T6 - 7 y T6 - 8)
 - a) 15 y 30 b) 15 y 45 c) 16 y 32 d) 15 y 60 e) 50 y 100 f) 25 y 75
 - g) 13 y 26 h) 17 y 34 i) 20 y 60 j) 30 y 90 k) 60 y 180 l) 120 y 240



1 Resuelva los problemas.

- 1) De una terminal salen las camionetas de la ruta "A" cada 12 minutos y las camionetas de la ruta "B" cada 20 minutos. Si las camionetas de ambas rutas salen al mismo tiempo, la primera vez a las 9 : 00 A. M., ¿a qué hora volverán a salir al mismo tiempo la próxima vez?
- 2) Pedro tiene cajas cuya altura mide 8 cm y Patricia tiene cajas cuya altura mide 12 cm. Si ambas personas van sobreponiendo las cajas, ¿en qué centímetros coinciden su altura? Escriba tres altura en la que coinciden.
- 3) En una escuela, hay 36 alumnos en la sección A y 42 en la sección B. Para realizar una actividad, necesita organizar grupos del mismo número de alumnos en ambas secciones. ¿Cuál es el mayor número de alumnos en cada grupo?
- 4) Hay 24 cuadernos y 36 lápices. Se quiere repartirlos de manera que haya equidad entre todas las personas en la cantidad de lápices que reciben y cantidad de cuadernos, pero sin que sobren lápiz ni cuaderno. ¿Cuál es el mayor número de alumnos, entre quienes se puede repartir?

2 Copie las tablas. Circule todos los múltiplos del número indicado y observe cómo está alineado los múltiplos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

múltiplos de 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

múltiplos de 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

múltiplos de 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

múltiplos del número que le guste

Calcule para reforzar la división.

- 1) $5.25 \div 5$ 2) $2 \div 8$ 3) $1.26 \div 4$