
Sistemas de Numeración y Cambio de Bases

Fuente: <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0632-02/ed99-0632-02.html> Palabras:840

Al inicio de la raza humana la conciencia de número estaría relacionada más bien con diferencias y contrastes que con semejanzas, así el hombre primitivo seguramente comenzó a observar las diferencias que hay entre un árbol y varios árboles. Después a partir de estas diferencias seguro que comenzó a encontrar correspondencias entre, por ejemplo, un grupo de tres hombres y tres árboles.

Este reconocimiento de una propiedad abstracta que tiene en común ciertos grupos, y a la que nosotros llamamos número, representa ya una importante etapa en el desarrollo humano.

Cuando esta idea se hace lo suficientemente extendida y clara se comienza a sentir la necesidad de expresar esta propiedad de alguna manera. Así los dedos de la mano pueden usarse fácilmente para representar uno, dos, tres, cuatro o cinco objetos. Por medio de los dedos de las dos manos se podían representar colecciones de hasta diez elementos.

A partir de aquí se pueden utilizar montones de piedras, de conchas, muescas en huesos, pies y manos, etc. Lo más usual es utilizar quíntuplos de objetos en referencia a pies y manos. Como hizo observar Aristóteles, lo extendido que se halla el uso del sistema decimal no es sino la consecuencia del accidente anatómico de que la mayor parte de nosotros nacemos con diez dedos en las manos y otros diez en los pies.

Así que sepamos, no ha existido nunca ninguna sociedad sin alguna forma de contar o cuadrar. En un principio por métodos rudimentarios que poco a poco se fueron complicando a medida que fueron mayores las cantidades a simbolizar, llegando a veces a sistemas que pese a lo rudimentario de sus formas ya sean estas, muescas, conchas, nudos, etc., requerían una complejidad de métodos al alcance de sólo una élite. Así empiezan a aparecer una simbología para representar números de cierto tamaño, incluso con el uso de los lenguajes se asocian unos sonidos o fonemas.

Pero muchos de ellos presentan problemas como la duplicidad de simbologías para representar un mismo número. Esto se comienza a solucionar con la adopción de una base b de numeración de forma que podríamos construir un sistema cifrado, en el que tendríamos que tener símbolos distintos para

$1, 2, 3, \dots, b-1, b; 2b, 3b, \dots, b(b-1); b^2, 2b^2, 3b^2, \dots, (b-1)b^2; \dots$

Aunque un tal sistema requiere un esfuerzo mayor para memorizar muchos más símbolos, la representación es mucho más compacta y el cálculo más eficaz que con un sencillo sistema aditivo.

También nos encontramos a lo largo de la evolución humana casos en los que un sistema aditivo evoluciona a un esquema multiplicativo. En tal sistema después de seleccionada una base b , se utilizan conjuntos seleccionados de símbolos separados para

$1, 2, 3, \dots, b-1; b, b^2, b^3, \dots$

Estos sistemas serían no posicionales y con muchos de ellos serán posible las operaciones aritméticas básicas, pero con frecuencia nos encontraremos que los cálculos resultan engorrosos o se basarán en dispositivos mecánicos como ábacos, tableros contadores o conchas de cauri.

La ventaja de un sistema posicional como el nuestro es que una vez seleccionada la base b , cualquier número puede representarse por b símbolos diferentes, lo que supondrá un menor esfuerzo a la hora de recordar esos símbolos. Con estos símbolos se puede representar cualquier entero N , únicamente como

$$N = c_n b^n + c_{n-1} b^{n-1} + \dots + c_2 b^2 + c_1 b + c_0$$

donde $c_0, c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, c_n$ representan los símbolos básicos (en nuestro sistema de numeración 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9), como es lógico esos símbolos representan cantidades estrictamente menores a la base.

Otra gran ventaja que presenta un sistema posicional como el nuestro es que la aritmética en ellos es bastante sencilla, pudiéndose hacer por personas de habilidad media, no precisamente por una élite.

Además de nuestro sistema de numeración que ha evolucionado a partir del sistema de numeración indio, sólo hay constancia histórica de otros tres sistemas de numeración basados en el principio de posición.

- Antecediendo a todos está el sistema babilónico, que debe haberse desarrollado durante el tercer milenio a.C.

Utilizó una escala sexagesimal, con una simple colección del número correcto de símbolos empleados para escribir los números menores de 60. Los que estaban por encima de esta cantidad se escribían por el principio de posición, aunque la ausencia de un símbolo para el cero hasta los comienzos del período helenístico limitó la utilidad del sistema para el cálculo y la representación, ya que ésta podía ser ambigua. El sistema de numeración chino con varillas es esencialmente un sistema decimal. Los números 1, 2, ..., 9, se representan con varillas cuya orientación y localización determinan el valor posicional del número representado,

y cuyos colores indican si la cantidad es positiva o negativa. El tercer sistema posicional fue el maya, esencialmente un sistema vigesimal ($b = 20$) que incorpora un símbolo para el cero.

No existe ninguna razón por la que debamos limitarnos al empleo exclusivo de las potencias de 10 para escribir los naturales, salvo cuestión cultural. Ya hemos visto que se han utilizado otros sistemas, y en la actualidad nuestros ordenadores trabajan usualmente con potencias de 2, 8 y 16.