Series Geométricas

Autor: William Barrios Editor: Edufuturo Palabras: 355

Fuente: http://hotmath.com/hotmath_help/spanish/topics/geometric-series.html

Una serie geométrica es una serie cuya secuencia relacionada es de forma geométrica. La misma se obtiene de sumar los términos de una secuencia geométrica.

Ejemplo 1:

Secuencia geométrica finita: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \cdots, \frac{1}{32768}$

Serie geométrica finita relacionada: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{32768}$

Escrita en notación sumatoria: $\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{2^k}$

Ejemplo 2:

Secuencia geométrica infinita : 2, 6, 18, 54, ⋯

Serie geométrica infinita relacionada: 2 + 6 + 18 + 54 + ⋯

Escrita en notación sumatoria $\sum_{n=1}^{\infty} (2 \cdot 3^{n-1})$

Suma de los primeros n términos de una serie geométrica:

Si una serie es geométrica hay distintas formas de encontrar la suma de los primeros n términos. Lo anterior es conocida como Sn, y donde no se deben de sumar todos los términos.
Para encontrar la suma de los primeros n términos de una serie geométrica use la fórmula

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}, \; r \neq 1$$

donde n es el número de términos, a1 es el primer término y r es la relación común.

Ejemplo 1:
Encuentre la suma de los primeros 8 términos de la serie geométrica si a1 = 1 y r = 2.

$$S_8 = \frac{1(1 - 2^8)}{1 - 2} = 255$$

Ejemplo 2:
Encuentre S10 de la serie geométrica 24 + 12 + 6 + ⋯.
Primero, encuentre r.

$$r = \frac{r_2}{r_1} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

Ahora, encuentre la suma:

$$S_{10} = \frac{24\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3069}{64}$$

Ejemplo 3:
Evalúe.

$$\sum_{n=1}^{10} 3(-2)^{n-1}$$

(Está encontrando S10 para la serie 3 – 6 + 12 – 24 + ⋯, cuya relación común es –2.)

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_{10} = \frac{3[1 - (-2)^{10}]}{1 - (-2)} = \frac{3(1 - 1024)}{3} = -1023$$

Para que una serie geométrica infinita tenga una suma, la relación común r debe estar entre –1 y 1. Luego como n aumenta, rn se acerca y se acerca a 0. Para encontrar la suma de una serie geométrica infinita que tiene relaciones con un valor absoluto menor que uno, use la fórmula, $S = \frac{a_1}{1 - r}$ donde a1 es el primer término y r es la relación común.

Ejemplo 1:
Encuentre la suma de la serie geométrica infinita 27 + 18 + 12 + 8 + ⋯.
Primero encuentre r:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

Luego encuentre la suma:

$$S = \frac{a_1}{1 - r}$$

$$S = \frac{27}{1 - \frac{2}{3}} = 81$$

Ejemplo 2:
Encuentre la suma de la serie geométrica infinita 8 + 12 + 18 + 27 + ⋯ si existe.
Primero encuentre r:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

Ya que r = 3/2 no es menor que uno la serie no tiene suma.