

Encontrando la Regla

Autor: William Barrios

Editor: Edufuturo

Palabras: 810

Fuente: <http://www.disfrutalasmaticas.com/algebra/sucesiones-series.html>

Encontrar números que faltan

Para calcular un número que falta primero necesitas saber la regla que sigue la sucesión.

A veces basta con mirar los números y ver el patrón.

Ejemplo: 1, 4, 9, 16, ?

Respuesta: son cuadrados ($1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$, ...)

Regla: $x_n = n^2$

Sucesión: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...

¿Has visto cómo escribimos la regla con "x" y "n"?

x_n significa "el término en la posición n", así que el tercer término sería x_3

Y también hemos usado "n" en la fórmula, así que para el tercer término hacemos $3^2 = 9$.

Esto se puede escribir $x_3 = 3^2 = 9$

Cuando sepamos la regla, la podemos usar para calcular cualquier término, por ejemplo término 25º se calcula "poniendo dentro" 25 donde haya una n.

$x_{25} = 25^2 = 625$

Qué tal si vemos otro ejemplo:

Ejemplo: 3, 5, 8, 13, 21, ?

Son la suma de los dos que están delante, o sea $3 + 5 = 8$, $5 + 8 = 13$ y sigue así (en realidad es parte de la Sucesión de Fibonacci):

Regla: $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$

Sucesión: 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

¿Qué significa x_{n-1} aquí? Bueno, sólo significa "el término anterior" porque la posición (n-1) es uno menos que (n).

Entonces, si n es 6, será $x_n = x_6$ (el 6º término) y $x_{n-1} = x_{6-1} = x_5$ (el 5º término)

Vamos a aplicar la regla al 6º término:

$x_6 = x_{6-1} + x_{6-2}$

$x_6 = x_5 + x_4$

Ya sabemos que el 4º es 13, y que el 5º es 21, así que la respuesta es:

$x_6 = 21 + 13 = 34$

Muy simple... sólo pon números en lugar de "n"

Muchas reglas

Uno de los problemas que hay en "encontrar el siguiente término" de una sucesión es que las matemáticas son tan potentes que siempre hay más de una regla que vale.

¿Cuál es el siguiente número de la sucesión 1, 2, 4, 7, ?

Hay (por lo menos) tres soluciones:

Solución 1: suma 1, después suma 2, 3, 4, ...

Entonces, $1+1=2$, $2+2=4$, $4+3=7$, $7+4=11$, etc...

Regla: $x_n = n(n-1)/2 + 1$

Sucesión: 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ...

(La regla parece complicada, pero funciona)

Solución 2: suma los dos números anteriores más 1:

Regla: $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + 1$

Sucesión: 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, ...

Solución 3: suma los tres números anteriores

Regla: $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$

Sucesión: 1, 2, 4, 7, 13, 24, 44, ...

Así que tenemos tres soluciones razonables, y cada una da una sucesión diferente.

¿Cuál es la correcta? Todas son correctas.



Y habrá otras soluciones.

Hey, puede ser una lista de números ganadores... así que el siguiente será... ¡cualquiera!

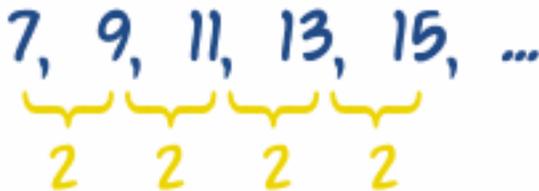
La regla más simple

Cuando dudes, elige la regla más simple que funcione, pero menciona también que hay otras soluciones.

Calcular diferencias

A veces ayuda encontrar diferencias entre los términos... muchas veces esto nos muestra una pauta escondida.

Aquí tienes un ejemplo sencillo:



Las diferencias siempre son 2, así que podemos adivinar que "2n" es parte de la respuesta.

Probamos 2n:

n:	1	2	3	4	5
Términos (xn):	7	9	11	13	15
2n:	2	4	6	8	10
Error:	5	5	5	5	5

La última fila nos dice que siempre nos faltan 5, así que sumamos 5 y acertamos:

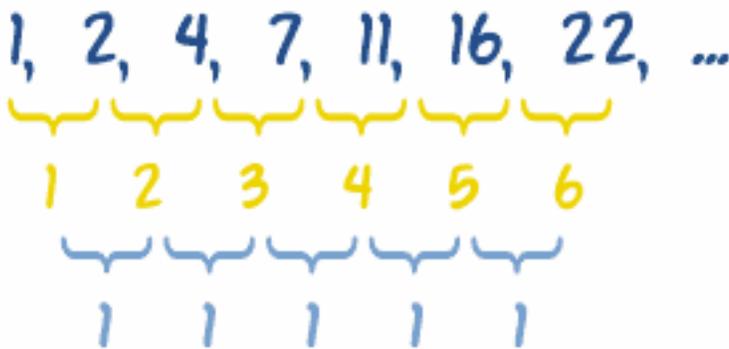
Regla: $x_n = 2n + 5$

OK, podías haber calculado " $2n+5$ " jugando un poco con los números, pero queremos un sistema que funcione, para cuando las sucesiones sean complicadas.

Segundas diferencias

En la sucesión {1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ...} tenemos que calcular las diferencias...

... y después calcular las diferencias de esas diferencias (se llaman segundas diferencias), así:



En este caso las segundas diferencias son 1.

Con las segundas diferencias multiplicamos por " $n^2 / 2$ ".

En nuestro caso la diferencia es 1, así que probamos $n^2 / 2$:

n:	1	2	3	4	5
Términos (x_n):	1	2	4	7	11
n^2 :	1	4	9	16	25
$n^2 / 2$:	0.5	2	4.5	8	12.5
Error:	0.5	0	-0.5	-1	-1.5

Estamos cerca, pero nos estamos desviando en 0.5 cada vez más, así que probamos ahora: $n^2 / 2 - n/2$

$n^2 / 2 - n/2$:	0	1	3	6	10
Error:	1	1	1	1	1

Ahora nos sale 1 menos, así que sumamos 1:

$n^2 / 2 - n/2 + 1$:	1	2	4	7	11
Error:	0	0	0	0	0

La fórmula $n^2 / 2 - n/2 + 1$ se puede simplificar a $n(n-1)/2 + 1$

Así que, con "prueba y error" hemos conseguido descubrir la regla.

Sucesión: 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, **29, 37, ...**