

# Introducción a la Lógica

Autor: William Barrios

Editor: Edefuturo

Palabras:1120

La matemática es otro idioma. Este idioma nos sirve para resolver problemas que no podemos resolver con el lenguaje tradicional o en este caso con el “castellano”. Pero la matemática también tiene una forma de expresarse, es la denominada forma “simbólica”.

Este lenguaje simbólico es el que utiliza las variables y simbología particular que nos permite resumir la escritura. Además, nos permite generalizar expresiones.

## **Proposición:**

Es una frase o es un trazo de escritura del lenguaje natural. Afirma o niega algo y es falso o verdadero.

Ejemplo: “Hoy es martes”, esta es una proposición. Se afirmando que hoy es martes. Ahora, su valor de verdad, depende del día en el cual estemos hoy precisamente. Quizá si sea verdad o quizá sea falso.

Ejemplo: “No todos los números son positivos”, también es una proposición. En este caso estamos negando algo. Y para este caso me parece que el valor de verdad de dicha proposición es verdadero.

Ejemplo: “¿Cómo te llamas?”, esta expresión no es una proposición, es una pregunta. En el idioma “castellano” las preguntas no afirman o niegan algo, y por lo tanto no entran en la categoría de proposiciones. Tampoco se les puede contestar falso o verdadero. Para esta pregunta, la respuesta sería precisamente “tu nombre”.

## **Conectores lógicos:**

Es un símbolo o expresión que nos ayuda a conectar o unir dos proposiciones. Entre los conectores lógicos son: “o”, “y”, “no”, “si, entonces” y “si y solo si”.

Ejemplo: Usando el conector “no”.

Si la proposición original es “hoy es martes”, si le agregamos el conector lógico entonces quedaría escrita de la siguiente manera “hoy NO es martes”. Esta nueva expresión niega algo, pero sigue teniendo un valor de verdad.

Ejemplo: Si hoy es martes, entonces me toca ir a clase de piano.

Esta expresión es llamada una proposición compuesta, ya que está uniendo dos proposiciones simples (hoy es martes, me toca ir a clases de piano). Esta expresión también tiene un valor de verdad.

Ejemplo: Las nubes son de algodón y la luna es de queso.

Esta es otra proposición compuesta formada por 2 proposiciones simples (las nubes son de algodón, la luna es de queso) las cuales están unidas por el conector lógico "y".

### **Proposiciones Compuestas:**

Es la unión de dos o más proposiciones simples por medio de conectores lógicos. Por ejemplo: Tenemos las proposiciones simples: "El futbol es un deporte" y "todas las personas juegan futbol". Podemos unir estas dos proposiciones simples utilizando un conector lógico. Por ejemplo, utilizaré el conector "O".

El futbol es un deporte o todas las personas juegan futbol.

Puedo utilizar cualquier de los 5 conectores estudiados (Y, O, no, Si... entonces, si y solo si)

Por ejemplo: El futbol es un deporte si y solo si todas las personas juegan futbol.

El reto ahora, es que tenemos que encontrar el valor de verdad, no solo de las proposiciones simples si no, de toda la proposición compuesta. Y para este fin utilizamos las tablas de verdad.

### **Cuantificador:**

Es una palabra que se agrega al inicio de una proposición. Los cuantificadores comunes son:

- Todo
- Existe
- Existe un único
- Para todo

Normalmente se colocan al inicio de una proposición.

### **Predicado:**

Es cuando sustituimos alguna palabra o parte de una proposición por una letra o variable.

Por ejemplo: Tenemos la proposición simple: "El cuatro es un número par"  
Si hacemos el siguiente cambio "La X es un número par".

En este caso sustituimos la palabra cuatro por una variable "X". En este momento a esta expresión/proposición se le llama un "predicado". En este caso estamos generalizando la expresión.

Ejemplos de predicados:

Las nubes son de algodón, lo podemos escribir de dos formas diferentes para convertirlo en predicado:

Las Y son de algodón

Las nubes son de Z.

Si te das cuenta cambiamos solo una palabra de cada proposición, la sustituimos por una letra/variable y en estos casos la proposición se convierte en un predicado.

Otro ejemplo: Cinco es menor que seis.

Para convertirlo en predicado, debe quedar: " $X < Y$ "

Si observas ya estamos utilizando lenguaje simbólico matemático.

### **Valor de Verdad:**

Los valores de verdad solo son dos: falso y verdadero. Estos son los resultados que nos dan las proposiciones. Ejemplo: Contesta falso o verdadero para las siguientes proposiciones simples:

1. Las nubes son de algodón, su valor de verdad es "falso".
2. La luna es de queso, su valor de verdad es "falso".
3. El agua moja, su valor de verdad es "verdadero".
4. El fuego quema, su valor de verdad es "verdadero".

Encontrar el valor de verdad de una proposición simple es relativamente sencillo. Sigamos encontrando valores de verdad:

1. 5 es impar, verdadero.
2. 5 es mayor que 4, falso.
3.  $4 = 6$ , falso.
4.  $5 > 7$ , falso.
5.  $4 = (8/2)$ , verdadero.

Estas son expresiones matemáticas, las cuales también son proposiciones simples y si te das cuenta también les podemos asignar un valor de verdad.

Encontrar los valores de verdad de las proposiciones simples no es tan complicado como encontrar los valores de verdad de las proposiciones compuestas.

1. La luna es de queso y las nubes son de algodón. Tenemos que encontrar los valores de verdad de cada una de las proposiciones simples (para este caso las dos son falsas). Luego tenemos que identificar el conector lógico (para este caso es “Y”) y teniendo en cuenta esto entonces podemos encontrar el valor de verdad de la proposición compuesta.
2.  $4 = 6$  o  $4 = (8/2)$ . En este caso tenemos dos proposiciones simples solo que una es verdadera y la otra es falso. El conector lógico es “o”.

Cada uno de los conectores lógicos tiene su forma particular de evaluar las posibles combinaciones de valores de verdad. Por ejemplo, si la primera proposición es falsa y la segunda es falsa y está unidas por el conector “Y”, casi podemos concluir que el valor de verdad de la proposición compuesta es falso. Pero en el segundo ejemplo tenemos que la primera proposición es falsa, pero la segunda es verdadera y el conector lógico es “O”. Para este caso no tenemos certeza del valor de verdad de la proposición compuesta. Aquí debemos utilizar las tablas de verdad, que nos ayudan a encontrar estos valores de verdad.

### **Funciones de verdad:**

Las funciones nos dicen cuando una proposición es verdadera o falsa. La función negación cambia el valor de verdad de una proposición. Por ejemplo, si la proposición “La luna es de queso” es falsa, si utilizamos la función negación quedaría así: “La luna NO es de queso”, entonces, la proposición se convierte en verdadera.

Toda proposición simple a la cual se le aplica la función “negación” cambia su valor de verdad.